

增长速度对合作网络参与者节点度分布的影响^{*}

闫小勇[†] 王明生

(石家庄铁道学院交通工程分院, 石家庄 050043)

(2009 年 5 月 19 日收到; 2009 年 6 月 12 日收到修改稿)

采用率方程对合作网络自组织演化模型进行解析, 得到参与者节点度分布服从 Yule-Simon 分布, 这种分布可以用漂移幂律分布近似. 分析参与者节点增长速度与参与者节点度分布之间的关系, 发现随节点增长速度加快, 参与者节点度分布远离幂律, 表明节点增长速度是除优先连接之外的另一个影响合作网络拓扑性质的重要因素. 通过对城市公交网络和科研合作网络的实证研究, 验证了度分布解析结果的正确性. 结合实证研究, 探讨了合作网络中参与者节点增长速度的形成机制及其实际意义.

关键词: 复杂网络, 合作网络, 节点度分布, Yule-Simon 分布

PACC: 0590, 0210, 0565

1. 引 言

合作网络是一类重要的复杂网络, 广泛存在于各种自然、社会及技术系统之中^[1]. 这类网络一般包含“项目”和“参与者”两类节点^[2], 例如在科研合作网络中, 科研人员是参与者, 项目则是指发表的科学论文等^[3]. 这类网络一般适合用二分图进行描述^[4], 即将项目和参与者描述为二分图中的两类节点, 将项目与参与者之间的关系描述为二分图中的边.

一般认为, 度分布是描述网络拓扑结构和相应的演化动力学机制的最重要的统计特征^[1]. 显然, 在合作网络的二分图描述模型中存在两类度分布, 即项目节点的度分布和参与者节点的度分布^[2]. 项目节点的度表示项目的大小, 例如每篇论文的作者数; 参与者节点的度表示参与者参与项目的数量, 如每位作者发表的论文数^[2,3]. 研究者通常更关心合作网络二分图向参与者节点投影后形成的单分图的统计特征, 而这种单分图的节点加权度分布和合作网络二分图中参与者节点的度分布之间具有密切的一致关系^[5], 因此本文着重研究合作网络参与者节点度的统计分布特征及其影响因素.

对于这一问题, 国内外学者已用实证、模拟、解

析等不同方法进行了大量的研究^[1-3, 5-13]. 其中比较有影响的是 Ramasco 等^[5]提出的一个合作网络的自组织演化模型(RDP 模型). 该模型假设合作网络的演化是以项目为基本单位进行组织的, 在每一时刻 t 有包含 n 个参与者的项目被创建, 其中 m 个参与者是没有任何经验的新参与者, 其余 $n - m$ 个参与者从网络中已有的参与者中, 按照正比于它的节点项目度 k 的概率优选. RDP 用主方程的方法解析得到网络的参与者节点度近似服从幂律分布^[5]. 但根据实证研究结果, 多数合作网络的参与者节点度分布并不是严格的幂律函数, 而是呈现出介于指数分布和幂律分布之间的分布特征^[6-11]. 例如, Newman^[6]统计了多个大型科学论文数据库中的作者平均发文数, 发现它们并不符合幂律分布, 他建议用带指数截断的幂律函数来描述科研合作网络的参与者节点度. 这种介于指数分布和幂律分布之间的参与者节点度分布也广泛存在于技术合作网络之中, 例如对世界上 14 个大城市公共交通网络的实证研究结果^[7]. 为解释这一现象, Chang 等^[8]和 Zhou 等^[9]对 RDP 模型进行了进一步的改进. Chang 等的模型假设选择旧节点的法则是部分线性优选、部分随机选择, 模型能够产生符合漂移幂律(SPL)的参与者节点度分布; Zhou 等的模型假设选择旧节点的法则是非线性优选, 模型产生的参与者节点度

^{*} 国家自然科学基金(批准号:60873208)资助的课题.

[†] E-mail: yanxy@sjzri.edu.cn

服从广延指数分布 (SED). SPL 分布和 SED 分布都可以描述合作网络参与者节点度分布的非严格幂律特征, 与实证研究结果也比较相符合^[8].

与 Chang 和 Zhou 等学者的研究结论不同, 本文认为优先连接线性与否并不是影响非严格幂律度分布产生的唯一决定性因素. 作者通过模拟 RDP 模型的演化过程发现, 即使是在线性优选的条件下, 合作网络的演化模型仍然会产生非严格的幂律度分布. 只有当每步演化过程中新参与者数量与项目大小的比值较低的情况下, 度分布才接近幂律. 当这个比值增加时, RDP 模型的度分布会逐渐远离幂律分布. 显然, 如果一个新项目只在已有的参与者中选择成员, 网络的参与者节点规模将不再增长; 而当每个新组建的项目中全是新参与者时, 网络参与者节点规模增长最快. 因此新参与者数量与项目大小的比值可以用来度量网络参与者节点的增长速度, 本文将这个比值称为合作网络的增长速度指数.

Guimerà 等^[10]在大量的实际网络中观察到了参与者增长速度对网络拓扑性质产生的影响, 但并没有对这种影响进行精确的解析分析. 因此, 本文把研究重点放在了增长速度对合作网络基本统计性质的影响分析上, 定量解析合作网络增长速度指数与参与者节点度分布之间的关系, 并通过计算机模拟和实证研究验证解析结果的准确性.

2. 合作网络演化模型

本文使用 RDP 提出的合作网络自组织演化模型^[5], 并稍作改造. 该模型用一个离散步长的迭代算法生成合作网络, 步骤如下:

第一步: 初始化, 令演化时刻 $t = 0$, 创建一个含有 n_0 个参与者的项目.

第二步: 令 $t = t + 1$. 如果 t 小于给定的最大步长 T , 转第三步; 否则, 转第四步.

第三步: 创建一个含有 n 个参与者的新项目, $n \leq n_0$. 其中, $m = n\theta$ 个参与者 ($0 < \theta < 1$) 是新参与者, 其余 $n(1 - \theta)$ 个参与者从已有的参与者中按正比于其节点度 k 的概率选择. 转第二步.

第四步: 算法结束. 此时, T 为合作网络中项目的总数, $n_0 + m(T - 1)$ 是合作网络中参与者的总数.

该模型与 RDP 模型的主要差异在于将新参与

者与项目大小的比值 θ (即增长速度指数) 作为一个关键参数. 显然, θ 介于 0 到 1 之间. 当 $\theta = 0$ 时, 网络节点规模不会增长, 参与者总数将会一直保持为 n_0 ; 当 $\theta = 1$ 时, 网络节点规模正比于新参与者的数量, 换句话说, 网络中没有一个参与者会参与多于一个的项目, 网络演化为互不连通的 T 个子图.

3. 节点度分布的解析

3.1. RDP 模型的率方程解析

Krapivsky 等^[13]最早用率方程方法对 BA 模型的度分布进行了解析, 本文用该方法求解 RDP 模型的参与者节点度分布.

令 $N_k(t)$ 表示在 t 时刻网络中已参与了 k 个项目的参与者数, 由于 t 时刻网络中的总度数为 $\sum_k kN_k(t) = n_0 + nt$, 则 $\frac{N_k(t)}{n_0 + nt}$ 称为 t 时刻网络的瞬时频率. 当网络演化到无限时, 如果极限 $\lim_{t \rightarrow \infty} E[\frac{N_k(t)}{n_0 + nt}] = P(k)$ 存在, 则 $P(k)$ 称为该网络的稳态度分布^[14,15].

根据连续性理论, t 时刻 $N_k(t)$ 的变化率为

$$\frac{dN_k(t)}{dt} = n(1 - \theta) \frac{(k - 1)N_{k-1}(t)}{\sum_k kN_k(t)} - n(1 - \theta) \frac{kN_k(t)}{\sum_k kN_k(t)} + \delta_k n\theta, \quad (1)$$

式中, δ_k 为一个开关变量, 当 $k = 1$ 时, $\delta_k = 1$, 否则 $\delta_k = 0$.

根据大数定律, 有

$$P(k) \approx \frac{N_k(t)}{n_0 + n\theta t}. \quad (2)$$

根据(1), (2)式, 可得

$$n\theta P(k) = n(1 - \theta) \frac{(n_0 + n\theta t)}{n_0 + nt} ((k - 1)P(k - 1) - kP(k)) + \delta_k n\theta, \quad (3)$$

由于 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(n_0 + \theta nt)}{n_0 + nt} = \theta$, 因此(3)式可以简化为

$$P(k) = (1 - \theta) ((k - 1)P(k - 1) - kP(k)) + \delta_k. \quad (4)$$

令 $\rho = \frac{1}{1 - \theta}$. 当 $k = 1$ 时, $\delta_k = 1$, 有

$$P(1) = \frac{1}{2 - \theta} = \frac{\rho}{\rho + 1}, \quad (5)$$

当 $k > 1$ 时, $\delta_k = 0$, 有:

$$\begin{aligned} P(k) &= \frac{(1 - \theta)(k - 1)}{1 + (1 - \theta)k} P(k - 1) \\ &= \frac{k - 1}{\rho + k} P(k - 1). \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式是一个递推公式, 将(5)式作为初始条件, 可以得到

$$P(k) = \frac{\rho \cdot \rho!(k - 1)!}{(k + \rho)!}. \quad (7)$$

(7) 式在统计学中被称为 Yule - Simon 分布^[16,17]. Yule - Simon 分布是一种离散型概率分布, 它的概率质量函数图形见图 1. 从图 1 中可以看出, 当 ρ 等于 1 时, Yule - Simon 分布的图形在双对数坐标中近似于一条直线; 随着 ρ 的增大, 也就是网络参与者节点增长速度越快时, Yule - Simon 分布的图形呈现出愈加明显的弯曲, 度分布也越远离幂律.

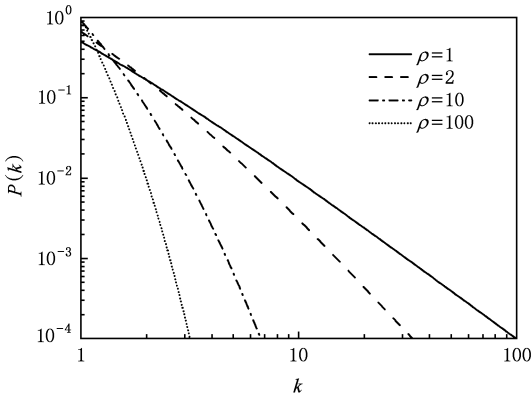


图 1 Yule - Simon 分布的概率质量函数图形 原始的 Yule - Simon 分布只对离散的 k 值有定义, 为表现直观, 图中的曲线是插值所得, 并不代表函数连续

此外, Yule - Simon 分布只有一个参数 $\rho = \frac{1}{1 - \theta}$, 也就是说参与者节点的度分布只与其增长速度指数 θ 有关, 而与项目大小 n 无关. 即使 n 是符合某种分布的(非负)随机变量, (7) 式依然成立, 因为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t n(t) dt}{t} = \bar{n}, \quad (8)$$

其中 \bar{n} 是项目大小的均值, (8) 式的含义是在 t 足够大时, 时间平均可以用来替代概率平均^[18].

3.2. 与模拟结果的对比

为验证(7)式预测合作网络参与者节点度分布的能力, 本文将解析计算结果与 RDP 模型的数值模拟结果进行了对比, 见图 2. 从图 2 可以看出, 用率方程解析得到的 RDP 模型参与者节点度分布能够与计算机模拟结果较好地相符合.

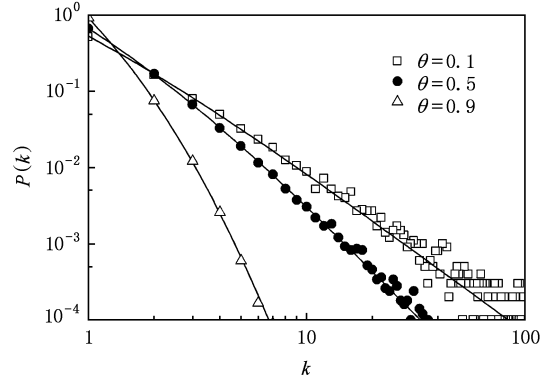


图 2 度分布解析结果与模拟结果的对比 模型参数 $T = 10000, n = 10$, 图中曲线为在取相应 θ 值时的解析结果

4. 度分布函数的 SPL 近似

通过前述用率方程解析得到的 RDP 模型的参与者节点度分布并不是严格的幂律分布, 而是 Yule-Simon 分布, 幂律分布只是在 ρ 不大时对它的近似. 当 ρ 很大时, 用幂律分布近似 Yule-Simon 分布明显会产生比较大的偏差. 但 Yule-Simon 分布是离散型分布, 在需要对其进行求导或积分时并不方便. 虽然可以用 Γ 函数将其推广为连续型分布^[19], 但积分仍较复杂. 此外, 在网络分析中常需要根据度分布实际数据估计分布函数的参数, 而 Yule-Simon 分布的参数估计显然非常困难. 因此, 我们希望能用形式更简单的连续函数对 Yule-Simon 分布进行近似.

当 ρ 较大时, 观察图 1 中 Yule-Simon 分布的图形, 我们发现它与文献[8]中提出的 SPL 分布较为接近, 因此我们猜想可以用 SPL 分布对其进行近似.

用 Γ 函数将 Yule-Simon 分布推广为连续型后^[19], 有

$$P(x) = \frac{\rho \cdot \Gamma(\rho + 1) \Gamma(x)}{\Gamma(x + \rho + 1)}, \quad (9)$$

而 SPL 分布的分布函数为^[8]

$$P(x) \propto (x + a)^{-\eta}, \quad (10)$$

综合(9)和(10)式,我们假定

$$\frac{A\Gamma(x)}{\Gamma(x+\rho+1)} = A(x+a\rho)^{-(\rho+1)}, \quad (11)$$

式中, $A = \rho \cdot \Gamma(\rho+1)$.

将 a 看做因变量,对(11)式进行变换,有

$$a = \frac{1}{\rho} \left(\left(\frac{\Gamma(x)}{\Gamma(x+\rho+1)} \right)^{-\frac{1}{(\rho+1)}} - x \right). \quad (12)$$

(12)式的函数图形如图3所示.观察(12)式的函数图形,发现它很快就渐近于0.5,因此,可以认为下式

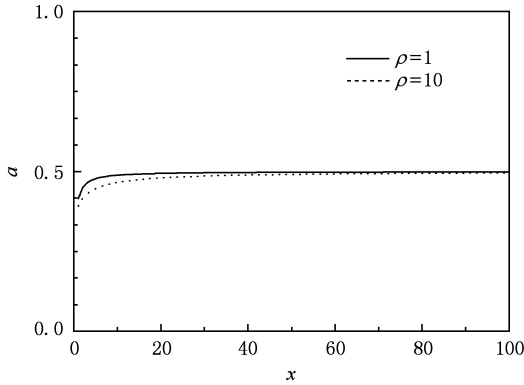


图3 式(12)的函数图形

$$P(x) = A \left(x + \frac{\rho}{2} \right)^{-(\rho+1)} \quad (13)$$

是对 Yule-Simon 分布的一个连续性近似

篇幅所限,本文没有给出用(13)式近似 Yule-Simon 分布产生的截断误差,但可以将它与幂律近似进行直观的比较,见图4.从图4中可以看出,SPL分布曲线与连续型 Yule-Simon 分布曲线的差异非常小,而幂律分布只有在 x 很大时才能较好地近似 Yule-Simon 分布.由此可得出结论:RDP 模型产生的参与者节点度分布可近似表达为 SPL 分布,这种近似明显优于幂律近似,因此适合于在对合作网络参与者节点度分布函数进行微积分及快速估计分布函数参数时使用.

5. 解析结果与实际网络度分布的比较

5.1. 实际网络中节点增长速度的测度

为分析实际网络中节点增长速度对度分布的影响,本文首先给出网络节点增长速度的测度方法.通常情况下,合作网络演化过程中的节点增长

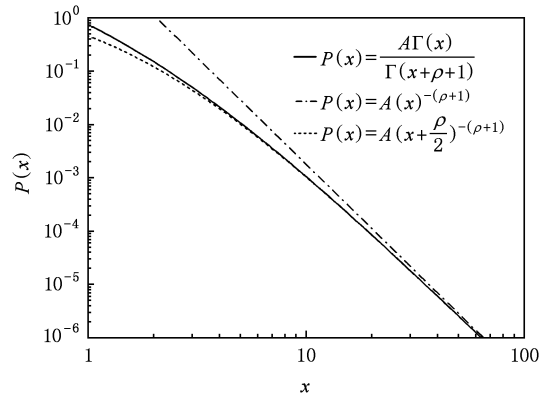


图4 Yule-Simon 分布与其近似 SPL 分布及幂律分布的比较 $\rho = 3, A = \rho \cdot \Gamma(\rho+1)$

速度指数会有涨落.如果用 $\bar{\theta}_t$ 表示 t 时刻网络节点增长速度指数的平均值,则由(8)式可知

$$\bar{\theta}_T = \frac{\int_0^T \theta(t) dt}{T} \approx \frac{N}{nT}, \quad (14)$$

式中, T 为网络中项目总数,也是演化的最大时间; N 为网络中 T 时刻参与者总数, \bar{n} 为项目大小的平均值.因此,只要知道了合作网络某一演化时刻的参与者总数、项目总数和项目大小均值这3个统计量,就可以估计该时刻网络节点的平均增长速度指数.此外,由于有

$$\bar{k} \approx \frac{\bar{n}T}{N}, \quad (15)$$

可知平均增长速度指数与网络节点平均度互为倒数关系.

5.2. 公交网络的实证研究

由于公共交通对城市社会发展的重要性,城市公交网络作为一类重要的技术合作网络广受研究者的关注^[7,8,20中-26].本文选择石家庄市的城市公交网络作为实证研究对象(数据来源于 <http://www.sjzbus.com.cn>),该网络在2008年共包含104条线路和1033个站点,线路平均含站点数为21.96个.经统计得到的网络参与者节点度分布(即经过公交站点的线路数量分布)如图5所示.

根据(14)式,计算出该网络的平均节点增长速度指数 $\bar{\theta} = 0.452$,由此可解析出石家庄市公交网络的参与者节点度分布函数为

$$P(k) = \frac{1.825 \cdot \Gamma(2.825) \Gamma(k)}{\Gamma(k+2.825)}. \quad (16)$$

上式对应于图5中的曲线.可以看出,解析结果与实

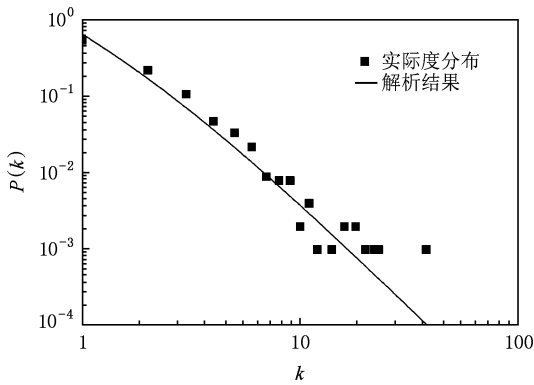


图5 2008年石家庄公交网络节点实际度分布与解析结果的对比

证数据较相符合。

5.3. 科研合作网络的实证研究

科研合作网络几乎是目前社会合作网络中被研究得最多的一种网络类型^[1-3, 5, 6, 8-12], 一个重要原因是这类网络的基础数据可以方便地从各种大型科学论文数据库中获得^[6]. 本文以《物理学报》2008年全年刊发的科学论文及作者构成的科研合作网络作为实证研究对象(数据来源于 <http://wulixb.iphy.ac.cn>). 该网络共包含1262篇论文, 4000位作者(发表论文数大于等于1篇的作者计数1次), 每篇论文的平均作者数量为4.36. 经统计得到网络的参与者节点度分布(即作者发表论文数量分布)如图6所示.

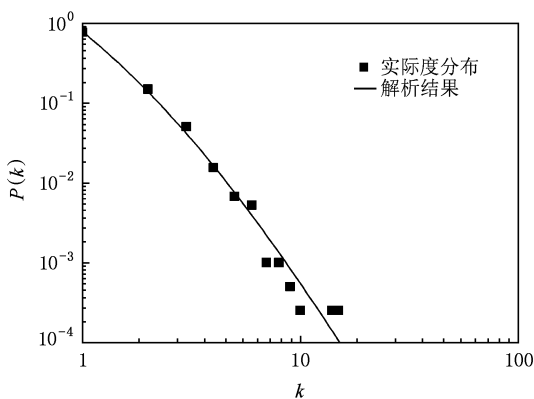


图6 《物理学报》2008年论文合作网络节点实际度分布与解析结果的对比

采用类似前述处理公交网络的方法, 可得到《物理学报》2008年科学论文合作网络的平均节点增长速度指数 $\bar{\theta} = 0.727$, 参与者节点度分布函数为

$$P(k) = \frac{3.658 \cdot \Gamma(4.658) \Gamma(k)}{\Gamma(k + 4.658)}, \quad (17)$$

上式对应于图6中的曲线. 可以看出, 解析结果与实证数据也能较好地相符合.

通过与以上两个合作网络实证研究结果比较, 可以认为本文解析得到的合作网络度分布表达式能够较为准确地预测实际合作网络的度分布.

6. 合作网络节点增长速度形成的机制

本文对合作网络参与者节点增长速度与网络度分布之间的关系进行了解析分析及实证研究, 结果表明节点增长速度是除优先连接之外的另一个影响合作网络度分布的关键因素. 那么合作网络参与者节点的增长速度形成的内在机制是什么? 理解这种机制又有什么实际意义? 本节仍以公交网络和科研合作网络这两类合作网络为研究对象, 对这一问题进行探讨.

6.1. 公交网络节点增长速度的实测

本文从已有文献中^[8, 20-24]挑选了国内8个城市的公交网络数据, 并用(16)式计算了各个网络的节点平均增长速度指数, 原始数据和计算结果列于表1. 从表1中可以看出, 不同规模城市的公交网络节点增长速度指数之间存在差异, 小城市的公交网络节点增长速度普遍较高, 而大城市的公交网络节点增长速度则相对较低.

表1 国内8个城市的公交网络实证数据

城市	N	T	\bar{n}	\bar{k}	$\bar{\theta}$	数据来源
上海	4658	1010	18.85	4.09	0.24	文献[20]
北京	6235	823	29.51	3.89	0.26	文献[21]
南京	1764	252	21.15	3.02	0.33	文献[22,23]
杭州	827	150	15.66	2.84	0.35	文献[22,23]
大连	495	93	14.74	2.77	0.36	文献[24]
济宁	449	31	25.68	1.77	0.56	文献[24]
扬州	352	36	14.00*	1.43	0.70	文献[8]
廊坊	192	16	16.83	1.40	0.71	文献[24]

注 扬州公交网络的线路含站点数是概率分布峰值而非平均值^[8]

6.2. 科研合作网络节点增长速度的实测

Newman^[6]和Guimerà等^[10]分析了多个大型科学论文数据库, 根据他们的实证研究数据, 本文计

算了各个数据库中科研合作网络的节点平均增长速度指数,原始数据和计算结果列于表 2. 表 2 显示,不同学科领域科研合作网络的作者节点平均增长速度也具有明显的差异. 其中,高能物理、天体物理等学科领域 (Newman 将其称为“硬科学”^[6]) 的

网络节点平均增长速度指数在 0.2 左右,实验高能物理网络的节点增长速度指数甚至只有 0.09;而社会心理学、经济学等“软科学”的这一指数则在 0.4 左右.

表 2 10 个科研合作网络实证数据

研究领域	N	T	\bar{n}	\bar{k}	$\bar{\theta}$	数据来源
高能物理(实验)	56627	66652	8.96	11.6	0.09	文献[6]
生物学	1520251	2163923	3.75	6.4	0.16	文献[6]
天体物理学	16706	22029	3.35	4.8	0.21	文献[6]
高能物理(理论)	8361	19085	1.99	4.8	0.21	文献[6]
天文学	30192	30552	—	4.17	0.24	文献[10]
凝聚物质物理	16726	22016	2.66	3.65	0.27	文献[6]
计算机科学	11994	13169	2.22	2.55	0.39	文献[6]
生态学	38609	26888	—	2.44	0.41	文献[10]
经济学	23236	14870	—	2.32	0.43	文献[10]
社会心理学	23029	16526	—	2.27	0.44	文献[10]

6.3. 对增长速度形成机制的解释

本文尝试用经济学中的随机效用理论^[27]解释合作网络演化过程中节点增长速度的形成机制. 随机效用理论是指消费者选择某件消费品的概率取决于该消费品带给消费者的效用(即对其需求的满足程度),效用越大的消费品被选择的概率也越大. 由于费用可以理解为负效用,那么在满足需求程度相同的情况下,费用越高的消费品被选择的概率越小. 随机效用理论是各种技术经济领域中广泛使用的离散选择模型的理论基础^[27].

如果我们把合作网络演化过程中组建的合作项目看做消费者,把可供项目选择的新、旧两类参与者看做消费品,那么合作网络参与者节点的增长速度指数 θ 就可以理解为项目选择新参与者的概率, $1 - \theta$ 则是项目选择旧参与者的概率. 对于公交网络而言,小城市开辟公交线路的主要目的是覆盖公交服务盲区,那么新站点对实现这一目的的效用显然比旧站点更大,因此线路倾向于连接更多的新站点,网络增长较快;而大城市公交网络一般而言服务盲区相对较少,开辟线路的主要目的是减少既有站点间的换乘次数,提高各站点间交通的便利程度,因此线路倾向于在更多的既有站点间连接,网络增速降低. 同理,对于科研合作网络而言,“硬科学”中对人才培养投入、仪器设备要求等都比较高的,合作项目选择新参与者的成本(负效用)必然较高,

网络增速缓慢;而“软科学”则恰好相反,新参与者进入领域的门槛较低,因此网络能够保持快速增长.

以上现象在各种社会、经济、技术领域的合作网络中应该是普遍存在的(当然这需要通过更多领域合作网络的实证研究来证实),我们可以认为:如果网络是自组织的,那么对全局效用最大化的追求是驱动合作网络参与者节点增长速度形成的内在机制之一.

6.4. 理解增长速度形成机制的实际意义

如果网络是他组织的,那么我们关注的将是相应的反问题:如何设定合理的网络增长速度,才能实现网络的全局效用最大化? 解决这一问题对于优化或引导合作网络组织结构合理发展具有实际意义. 例如,在城市公交建设投资水平一定的前提下,规划者应如何确定合理的公交网络增长速度,才能实现网络覆盖率与平均换乘次数的综合优化? 又比如在制订科学基金资助政策的过程中,在基金总量有限的前提下,是应优先使更多的研究者能受到资助,还是优先加大对已受资助高水平研究者的资助力度? 这实际上也是一个根据不同科学特点及发展水平合理配置科研资源,引导科研网络参与者数量合理增长的问题. 这一问题的研究对于培养稳定而高水平的学术团队和持续提高科研生产能力,无疑具有重要的实际意义.

7. 结 论

本文采用率方程解析了合作网络参与者节点度分布与节点增长速度指数之间的关系, 得到参与者节点度分布服从 Yule-Simon 分布, 这种分布可以用 SPL 分布更好地近似. 分析节点参与者增长速度与度分布之间的关系, 发现随节点增长速度加快, 参与者节点度分布远离幂律, 表明节点增长速度是除优先连接之外的另一个影响合作网络拓扑性质的重要因素. 通过对城市公交网络和科研合作网络的实证研究, 验证了度分布解析结果的正确性. 结合实证研究, 进一步探讨了合作网络中参与者节点增长速度的形成机制及其实际意义.

研究合作网络中增长速度形成的动力学机制

及其对网络拓扑性质的影响, 可以帮助我们深入地理解各类合作网络的结构和演化规律, 进而预测各种社会和技术合作网络的发展态势、优化或引导其组织结构合理发展. 由于合作现象在社会、经济、技术领域存在的广泛性, 运用统计物理学方法对这些领域的复杂合作网络相关问题开展研究, 不仅具有重要的理论价值, 也具有广阔的应用前景. 本文仅对增长速度与合作网络参与者节点度分布之间的关系进行了研究, 对于节点增长速度如何影响单模式合作网络中的群聚系数、节点距离及匹配性等问题尚需要进一步研究. 此外, 本文在解析过程将增长速度指数限定为与时间无关的固定值, 而实际网络中的节点增长速度一般会随时间变化而变化^[28-30], 对于这种变速增长合作网络的拓扑性质分析也是一个值得深入研究的问题.

- [1] Guan S, He D R, Zhu C P 2008 *Adv. Mech.* **38** 827 (in Chinese) [官山、何大韧、朱陈平 2008 力学进展 **38** 827]
- [2] Zhang P P, He Y, Zhou T, Su B B, Chang H, Zhou Y P, Wang B H, He D R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 60 (in Chinese) [张培培、何阅、周涛、苏蓓蓓、常慧、周月平、汪秉宏、何大韧 2006 物理学报 **55** 60]
- [3] He Y, Zhang P P, Xu T, Jiang Y M, He D R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1710 (in Chinese) [何阅、张培培、许田、姜玉梅、何大韧 2004 物理学报 **53** 1710]
- [4] Chen H B, Fan Y, Fang J Q, Di Z R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1383 (in Chinese) [陈宏斌、樊瑛、方锦清、狄增如 2009 物理学报 **58** 1383]
- [5] Ramasco J J, Dorogovtsev S N, Pastor-Satorras R 2004 *Phys. Rev. E* **70** 036106
- [6] Newman M E J 2001 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **98** 404
- [7] von Ferber C, Holovatch T, Holovatch Yu, Palchykov V 2009 *Eur. Phys. J. B* **68** 261
- [8] Chang H, Su B B, Zhou Y P, He D R 2007 *Physica A* **383** 687
- [9] Zhou T, Jin Y D, Wang B H, He D R, Zhang P P, He Y, Su B B, Chen K, Zhang Z Z 2007 *Int. J. Mod. Phys. C* **18** 279
- [10] Guimerà R, Uzzi B, Spiro J, Amaral L A N 2005 *Science* **308** 697
- [11] Barabási A L, Jeong H, Néda Z, Ravasz E, Schubert A, Vicsek T 2002 *Physica A* **311** 590
- [12] Amaral L A N, Scala A, Barthélémy M, Stanley H E 2000 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **97** 11149
- [13] Krapivsky P L, Redner S, Leyvraz F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4629
- [14] Zhao Q G, Hou Z T, Kong X X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1841 (in Chinese) [赵清贵、侯振挺、孔祥星 2009 物理学报 **58** 1841]
- [15] Guo L, Xu X M 2006 *Complex Networks* (Shanghai: Shanghai Scientific & Technological Education Press) p7 (in Chinese) [郭雷、许晓鸣 2006 复杂网络 (上海: 上海科技教育出版社) 第 7 页]
- [16] Simon H A 1955 *Biometrika* **42** 425
- [17] Wei W F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2127 (in Chinese) [尉伟峰 2009 物理学报 **58** 2127]
- [18] Heermann D W 1986 *Computer Simulation Methods in Theoretical Physics* (Berlin: Springer-Verlag) p11
- [19] Abramowitz M, Stegun I A 1972 *Handbook of Mathematical Functions* (New York: Dover) p128
- [20] Li Y, Zhou W, Guo S J 2007 *Systems Engineering* **25** 38 (in Chinese) [李英、周伟、郭世进 2007 系统工程 **25** 38]
- [21] Yang X H, Wang B, Wang W L, Sun Y X 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 1249
- [22] Zhu Z T, Zhou J, Li P, Chen X G 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2874
- [23] Chen Y Z, Fu C H, Chang H, Li N, He D R 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3580
- [24] Lu H P, Shi Y 2007 *Tsinghua Science & Technology* **12** 204
- [25] Sienkiewicz J, Ho? yst J A 2005 *Phys. Rev. E* **72** 046127
- [26] Li P, Xiong X, Qiao Z L, Yuan G Q, Sun X, Wang B H 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 3384
- [27] Ben-Akiva M E, Lerman S R 1985 *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand* (Cambridge: MIT Press) p26
- [28] Dorogovtsev S N, Mendes J F F 2002 *Adv. Phys.* **51** 1079
- [29] Li J, Wang B H, Jiang P Q, Zhou T, Wang W X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4051 (in Chinese) [李季、汪秉宏、蒋品群、周涛、王文旭 2006 物理学报 **55** 4051]
- [30] Shi D H, Chen Q H, Liu L M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 036140

Influence of growth speed on the actors' degree distribution of collaboration networks^{*}

Yan Xiao-Yong[†] Wang Ming-Sheng

(*School of Transportation Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China*)

(Received 19 May 2009; revised manuscript received 12 June 2009)

Abstract

We present an analytical analysis of the actors' degree distribution of collaboration networks by the rate equation approach. The results show that the actors' degree follows a Yule-Simon distribution and this distribution can be well approximated by a shifted power law function. We find that the actors' degree distribution has a large deviation from power-law with the increase of the growth speed of actors. It indicates that the growth speed of actors is another key factor influencing the topological properties of collaboration networks besides preferential attachment. The results of our analytical analysis can be well fitted with the empirical data from some public transport networks and scientists collaboration networks. Furthermore, we discuss the generating mechanism of the growth speed of actors in evolution of collaboration networks and its potential value of application in real-world networks.

Keywords: complex networks, collaboration networks, actors' degree distribution, Yule-Simon distribution

PACC: 0590, 0210, 0565

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60873208).

[†] E-mail: yanxy@sjzri.edu.cn