

物质密度功率谱及原初非高斯性的测量

The Measurement of Matter Density Power Spectrum and the Primordial Non-Gaussianity

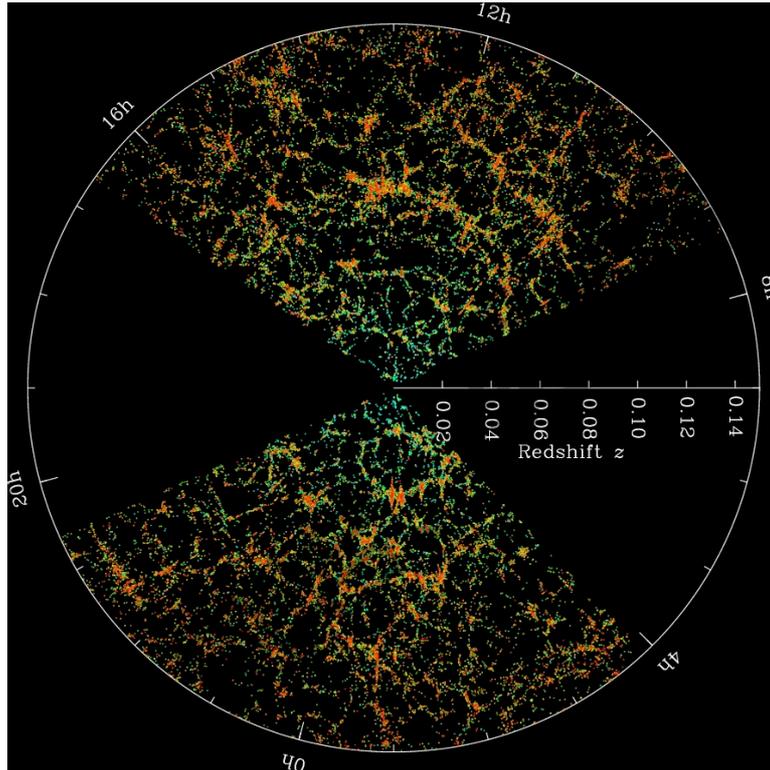


图1. SDSS巡天观测到的星系分布图，这是以天赤道为中心的一个三度宽的扇面内星系的分布。图中标注了星系红移 z 以及时角(0-24小时)坐标。每个点表示1个星系，红色的星系其恒星年龄更老一些，取自SDSS巡天网站。

1. 物质密度功率谱

宇宙中物质的密度不是完全均匀的。不仅星系中物质的密度远远高于星系之间空间的密度，而且星系的大尺度结构分布也不是完全均匀的。图1显示了斯隆数字化巡天（Sloan Digital Sky Survey）观测到的星系密度分布。这些星系分布的不均匀性也反映了整个物质分布的不均匀性。

物质的密度分布不是固定不变的。密度较高的地方会吸引周围的物质，从而使密度变得更高。因此，在引力的作用下，非均匀性会被逐渐放大。不过，当不均匀性比

较小的时候，其演化近似是线性的，演化的速度则与物质的密度、宇宙的膨胀历史、以及万有引力的特性等有关，因此可以用来检验宇宙学和引力模型以及测定宇宙学参数等等。

密度分布不均匀度可以用相对密度涨落 $\delta(x) = [\rho(x) - \langle \rho \rangle] / \langle \rho \rangle$ 以及其傅立叶变换 $\tilde{\delta}(k) = \int \delta(x) e^{ik \cdot x} d^3x$ 表示。这里 $\rho(x)$ 是 x 点的密度， $\langle \rho \rangle$ 是平均密度。以下为简便起见 $\tilde{\delta}(k)$ 仍用 $\delta(k)$ 表示。数学上， δ 是满足一定统计分布的随机场。常用的一些反映其特性的统计量包括概率分布函数 $p[\delta(k)]$ ，空间两点密度的关联函数 $\xi(r) = \langle \delta(x) \delta(x+r) \rangle$ ，以及密度功率谱 $P(k)$ ，

$$\langle \delta(k_1) \delta(k_2) \rangle = (2\pi)^3 \delta_D^3(k_1 + k_2) P(k),$$

这里 δ_D 表示狄拉克函数， x, r, k_1, k_2 和 $k = k_1$ 均为三维矢量。此外，人们还可以定义不同种类的物体（比如不同类型的星系、类星体、物质密度等）间的互关联函数和功率谱。功率谱是关联函数 ξ 的三维傅立叶变换， $\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) e^{-ikr} d^3k$ 。它直观地说明了不同波数（尺度）上涨落的大小，可以与宇宙学理论的预言进行比较，是现代宇宙学中最主要的可观测量之一。图2是结合WMAP五年观测及最新的SDSS巡天观测（DR7）得到的物质密度功率谱，阴影部分为测量误差。

密度功率谱独特的形状是由宇宙的演化过程决定的。目前一般认为，宇宙早期曾发生过暴胀。在这一过程中，小尺度的一些量子涨落被拉伸到很大尺度上，形成今天所观测的不均匀性的种子。这样产生的原初涨落的特点是，涨落是纯粹的绝热扰动，涨落服从高斯分布，其功率谱 $P(k)$ 近似为指数形式， $P(k) = A k^{n(k)}$ ， n 取值接近但略小于1（ $n=1$ 时不同尺度的扰动进入视界时具有相同的振幅，即所谓Harrison-Zeldovich谱，目前测得 $n_s = 0.963^{+0.014}_{-0.015}$ ，也没有发现其随 k 跑动的迹象）。 A, n 与暴胀历史有关，反映了暴胀场的性质。在宇宙此后的膨胀中，较小尺度的扰动在辐射为主的时期进入视界，较大尺度的扰动在物质为主的时期进入视界，这导致它们的增长幅度不

同，从而最终形成了如图所示的形状。因此，功率谱既可以提供宇宙极早期暴胀的历史信息，也可以用于宇宙学模型参数的测量。

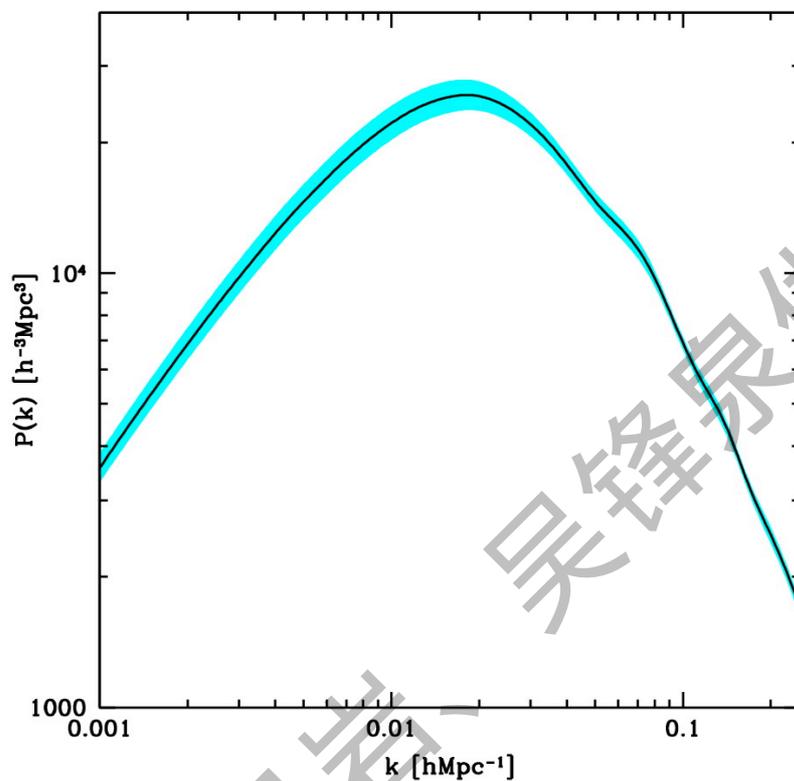


图2. WMAP五年观测及最新的SDSS巡天观测（DR7）得到的物质密度功率谱，阴影部分为误差。

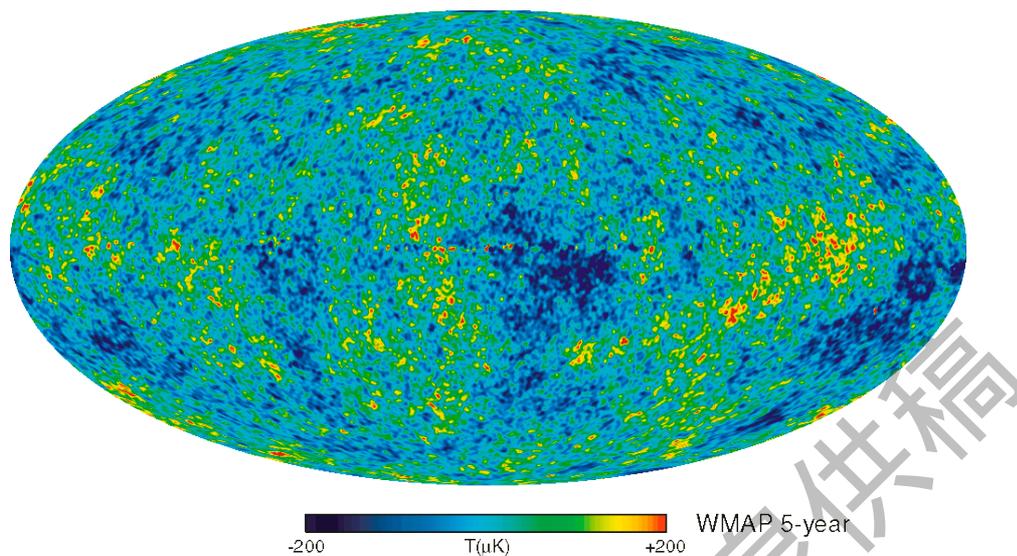


图3. WMAP卫星 五年数据给的宇宙微波背景温度涨落图（已扣除前景）

宇宙微波背景辐射(CMB)的温度各向异性提供了在最大尺度上观测密度功率谱的方法。在等离子体复合之前会引起，重子物质与辐射耦合在一起，密度扰动会引起声波振荡。宇宙等离子体复合时，密度高的地方发出的CMB光子有较高的温度，因此观测CMB的温度不均匀性可以推定物质密度。类似于大尺度结构中的功率谱，也可以把CMB温度用球谐函数展开，并定义相应的角功率谱 C_l ，这里 $l=0, 1, 2, 3, \dots$ 标记了球谐函数的不同模。利用声波振荡产生的角功率谱中的峰和谷测定宇宙的几何等宇宙学参数。1989年升空的COBE卫星DMR实验首次观测了CMB的各向异性，G. Smoot 因此获得2008年度诺贝尔物理奖。2000年，Boomerang 和MAXIMA实验准确测定了CMB角功率谱第一峰的位置。图4显示了WMAP等当前实验观测结果。2009年升空的PLANCK卫星将以前所未有的精度和角分辨率观测微波背景的温度。此外，星系团中的自由电子散射CMB光子，在较小的尺度上产生新的温度各向异性，称为Sunyaev-Zeldovich(SZ)效应。Planck卫星以及南极望远镜SPT可以测到SZ效应，这也提供了大尺度结构功率谱的信息。

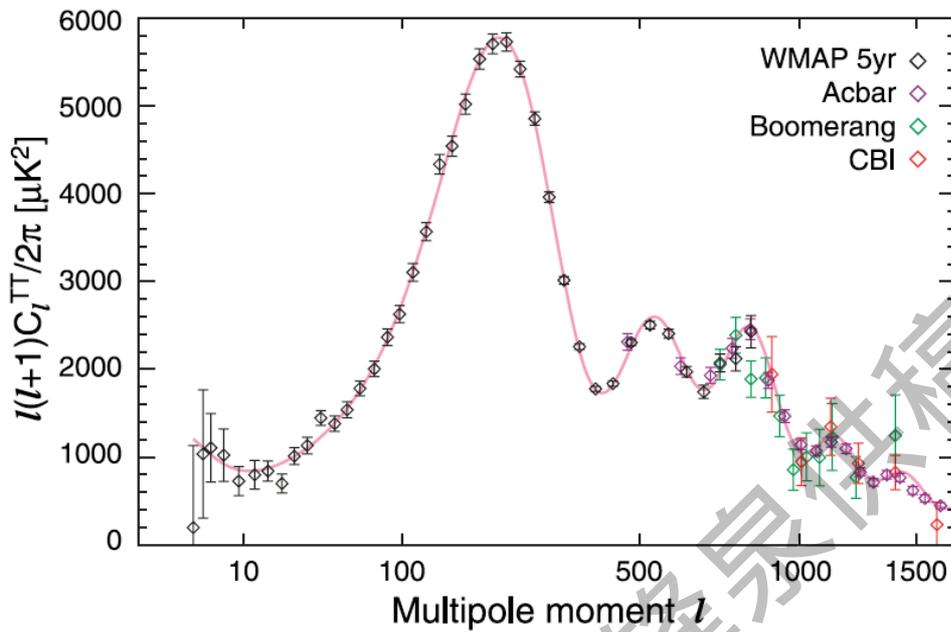


图4. CMB温度各向异性角功率谱

测量大尺度结构密度功率谱的主要方法是星系巡天，测出大量星系（或星系团、类星体）的位置，再算出密度，这对于观测是一个很大的挑战。首先，需要大视场的测光巡天，找出一定亮度以上的天体并初步判断其类型（是否是星系），测定其在天球上的视位置。其次，要把其中一定亮度以上的星系红移测出来，这需要大规模的红移巡天，这是观测的瓶颈，因为红移的精确测量需要观测每个天体的光谱。早期人们无法完成大量天体的红移测量，因此只能测定其在天球面上的投影，获得角关联函数和角功率谱，但这损失了信息。上世纪80年代，CfA巡天首次测定了2401个星系的红移，此后的CfA2巡天（1995年完成）将这个�数提高到18000。多光纤光谱仪的发明使得人们可以同时用一台望远镜观测大量星系的光谱。2002年完成的2dF巡天观测了23万个星系的红移。迄今为止最大的红移巡天是SDSS巡天，该巡天望远镜可同时观测640个天体的光谱，截至2008年的SDSS-II完成时，已观测了93万个星系和12万个类星体的红移，目前SDSS-III计划再测定150万个亮红星系和15万个高红移类星体的红移。我国的LAMOST望远镜已建成，可同时观测4000个天体的光谱，预期将可以观测几百万个星系的红移。同时，国外也在筹划BigBoss, WFMOS, ADEPT 等未来的新项目，希望使观测的红移数量达到上亿个。除了光学星系红移巡天外，在射电波段观测中性氢发出的21厘米辐射也是测量大尺度结构分布的一种手段。

CMB、星系红移巡天以及观测将使我们以空前的精度观测不同红移处的密度功率谱。但是，这样海量数据的处理将是一个巨大的挑战。同时，从理论方面看，星系与暗物质的偏离、引力造成功率谱非线性演化的准确预言等也都是复杂的问题，需要大量高精度的数值模拟和更深入的理解其中的物理机制。

2. 原初非高斯性

目前最流行的暴胀模型所预言的原初密度扰动一般是非常接近高斯分布的，但是对于一些较复杂的模型，如多场暴胀模型、非慢滚的暴胀模型、以及一些其它非暴胀起源的模型等却可以给出非高斯的密度扰动谱。因此，研究密度扰动谱的原初非高斯性对我们认识早期宇宙的物理性质有极为重要的意义。对于比较接近高斯分布的原初扰动，常用一个代表非线性的无量纲参数 f_{NL} 来表征。一般暴胀给出的原初 $f_{\text{NL}} \ll 1$ ，考虑到非线性效应等，可观测量中得到的 $f_{\text{NL}} \sim 1$ ，因此若探测到较大 f_{NL} 将是对上述理论挑战。

对于高斯分布的随机场而言，功率谱即刻划了其全部特征。非高斯场有多种可能性，也有多种表征统计检验方法。目前最常用的是三点关联函数、四点关联函数和对应的双功率谱(bispectrum)、叁功率谱(trispectrum)等。由之前的两点关联函数，我们得到相距 r 的两个体积元 dV_1 和 dV_2 内找到一对星系的概率为：

$$dP^{(2)} = \rho_0^2 [1 + \xi(r)] dV_1 dV_2,$$

ρ_0 为平均密度。对更高阶的关联函数（ n 点关联函数），对于在 n 个体积元找到 n 个星系的概率为：

$$dP^{(n)} = \rho_0^n [1 + \xi^{(n)}] dV_1 \dots dV_n.$$

例如对于 $n=3$ ， $\xi^{(3)} = \xi(r_{12}) + \xi(r_{23}) + \xi(r_{31}) + \zeta(r_1, r_2, r_3)$ ，其中 $\zeta(r_1, r_2, r_3)$ 表征了除去两点关联的额外关联性，即为（约化）三点关联函数。更高阶的关联函数以此类推。利用功率谱的定义也可以很容易的定义双功率谱 $B(k_1, k_2, k_3)$ 和叁功率谱 $T(k_1, k_2, k_3, k_4)$ ：

$$\langle \delta(k_1)\delta(k_2)\delta(k_3) \rangle = (2\pi)^3 \delta_D^3(k_1 + k_2 + k_3) B(k_1, k_2, k_3),$$

$$\langle \delta(k_1)\delta(k_2)\delta(k_3)\delta(k_4) \rangle = (2\pi)^3 \delta_D^3(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) T(k_1, k_2, k_3, k_4).$$

当前对其测量主要来自于CMB和星系大尺度结构。CMB温度不均匀性很小，其演化是线性的，因此特别适合探测原初扰动的非高斯性。人们对已有的观测进行了多种统计检验，包括双功率谱或叁功率谱，也包括一些其它检验，其中绝大部分的没有发现非高斯性。但是，也有一些观测发现了一些异常性。例如人们发现，对CMB角功率谱中最大尺度的几个模，其幅度较小且基本指向同一方向（接近天球上的黄极）。此外，目前WMAP五年的双功率谱观测，在 2σ 的误差内（95%的置信度）， $-9 < f_{NL} < 111$ （ $f_{NL}=0$ 为无非高斯性），也存在不太显著的非高斯性的迹象。根据估算，到了2010年WMAP九年的数据释放时， f_{NL} 将被限制在大概 ± 60 的范围，到了Planck卫星公布数据时， f_{NL} 将可以被限制在大概 ± 10 左右。由于Planck卫星将以很高的精度给出CMB小尺度的温度和极化数据，这将给人们深入研究非高斯性提供的有力的武器。当然，CMB观测非高斯性也有一定的挑战性。特别是，其它天体（例如银河、黄道面）辐射产生的前景必须扣除，这些辐射有很强的非高斯性，因此前景扣除中的任何问题都可能影响对非高斯性的探测。

宇宙大尺度结构是探测原初非高斯性的另一途径，但其测量面临更多难题。首先，大尺度结构在演化上有非线性效应，因此即使原初扰动是高斯分布的，在演化过程中也会自然地产生非高斯性，必须对演化中产生的双、叁功率谱等作出准确地估计。如何准确地区分后期演化产生的非高斯性和原初非高斯性，这就是个非常棘手的难题。另外，数据处理的运算量也非常惊人，特别是在研究非高斯性时，如果试图从数据中抽取出高价谱，数据处理量将成指数级增加。

原初非高斯性会对大暗物质晕和空洞的数密度产生较大的影响。大暗晕和大空洞对应于原初扰动中极少数的物质密度高峰和低谷，因此通过测量它们的数密度关系，可以勾勒出原初密度扰动从而探测原初非高斯性。人们可以直接进行数密度统计来研究非高斯性，然而由于这类系统的数目非常少，在目前的观测中还存在着很大的误差。近来，Dalal等人通过理论推导及数值模拟验证发现，非高斯性的引入，会使这

些引力系统的分布在大尺度上同宇宙物质分布产生出与尺度相关的偏离。这种偏离可以通过目前对宇宙大尺度巡天的观测来予以认证，同时也可以限制原初非高斯性的大小。这种效应的发现将大大提高宇宙大尺度结构对原初非高斯性的探测能力，甚至可以与宇宙微波背景辐射的探测相媲美。目前利用这种方法，结合以最新的SDSS亮红星系、类星体为示踪的大尺度结构观测可以将表征非高斯性的参数 f_{NL} 限制到-29~70（95%的置信度）的水平。这已经与目前宇宙微波背景辐射对 f_{NL} 的限制相当。并且，随着今后更多、能力更强的大尺度结构观测的加入（如我国的LAMOST望远镜），将进一步对原初非高斯性给出限制，从而更为准确的探知我们宇宙极早期的性质。当然，这种方法仍然还不够成熟，其中还有许多影响因素需要谨慎考虑，例如星系、类星体的分布与宇宙物质（暗物质和重子物质）分布上的偏离效应，物质的成团历史和类星体的形成过程等。

总之，物质密度功率谱和原初非高斯性对人们认识宇宙的起源及其性质都有着重要的意义，如何精确地从目前庞杂的观测数据中抽取出它们的信息，是近年来人们关注的一个焦点，也是一个非常重要的科学难题。

参 考 文 献

- [1] Komatsu E et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation [J] *Astrophys.J.Suppl.*, 2009, 180, 330-376
- [2] Tegmark M et al., Cosmological Constraints from the SDSS Luminous Red Galaxies[J] *Phys. Rev. D*, 2006, 74, 123507
- [3] Dala N, Dore O, Huterer D, Shirokov A. The Imprints of Primordial non-Gaussianities on Large Scale Structure: Scale Dependent Bias and Abundance of Virialized Objects [J] *Phys. Rew. D*, 2008, 77,123514

[4] Slosar A, Hirata C, Seljak U, Ho S, Padmanabhan N. Constraints on Local Primordial non-Gaussianity from Large Scale Structure [J] JCAP, 2008, 08, 031

[5] Gong Y, Wang X, Zheng Z, Chen X. Primordial Non-Gaussianity from LAMOST Surveys, arXiv:0904.4257

[6] Komatsu E. et al., Non-Gaussianity as a Probe of the Physics of the Primordial Universe and the Astrophysics of the Low Redshift Universe, science white paper for decadal survey Astro 2010, arxiv: 0902.4759

[7] Maldacena J, Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models, JHEP 0305(2003)013.

撰稿人： 陈学雷、巩岩、吴锋泉

中国科学院国家天文台