



# 计算热辐射学的进展

谈和平\*, 刘林华\*, 易红亮, 赵军明, 齐宏, 谭建宇

哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001;

哈尔滨工业大学汽车工程学院, 威海 264209

\* 联系人, E-mail: [tanheping@hit.edu.cn](mailto:tanheping@hit.edu.cn); [lhliu@hit.edu.cn](mailto:lhliu@hit.edu.cn)

2009-07-13 收稿, 2009-08-26 接受

国家自然科学基金资助项目(批准号: 50836002, 50620120442)

**摘要** 描述辐射能传输过程的基本方程为辐射传递方程. 在三维半透明介质中, 辐射强度是七维变量的函数, 多数情况下只能通过数值计算的途径进行近似求解. 数值模拟方法已成为半透明介质内热辐射传递理论研究和工程应用的重要手段. 本文对国内学者在计算热辐射学方面取得的主要研究进展进行了综述, 提出了今后计算热辐射学研究的重点.

**关键词**  
热辐射  
辐射传递方程  
计算方法

在半透明介质内热辐射传递的理论研究和工程应用中, 描述辐射能传输过程的基本方程为辐射传递方程. 均匀折射率灰介质内的辐射传递方程可写为<sup>[1,2]</sup>

$$\frac{n}{c_0} \frac{\partial I(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)}{\partial t} + \mathbf{s} \cdot \nabla I(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = -(\kappa_a + \kappa_s)(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) + n^2 \kappa_b I_b(\mathbf{r}, t) + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{s}', t) \Phi(\Omega_s, \Omega_s') d\Omega_s', \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}$  为空间位置矢量,  $\mathbf{s}$  为辐射传递方向单位矢量,  $c_0$  为真空中的光速,  $n$  为折射率,  $I$  为辐射强度,  $I_b$  为黑体辐射强度,  $\kappa_a$  为吸收系数,  $\kappa_s$  为散射系数,  $\Phi$  为散射相函数,  $t$  为时间. 辐射传递方程描述了辐射强度在时间、位置空间和角度空间上的变化. 方程(1)中右边最后一项包含对整个  $4\pi$  立体角空间所有方向上辐射强度的积分, 因而在散射性介质中所有方向上的辐射传递方程耦合在一起, 需联立求解.

辐射传递方程为一积分-微分方程. 若将  $\mathbf{s}$  看作速度矢量, 则  $\mathbf{s} \cdot \nabla I(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)$  相当于对流项, 因而辐射传递方程可以看作一个特殊的对流扩散方程. 由于辐射强度是波长、时间、空间位置坐标、角度方向的函数, 在三维半透明介质中, 辐射强度是七维变量的函数, 一般难以获得理论解, 多数情况下只能通过数值

计算的途径进行近似求解. 随着高速计算机的普及, 目前数值模拟方法已成为半透明介质内热辐射传递理论研究和工程应用的重要手段.

目前已发展起来的辐射传递方程数值求解方法主要可以分为以下两类<sup>[3]</sup>: 1) 基于射线跟踪的方法; 2) 基于微分形式辐射传递方程全局离散的方法. 第一类方法一般需要通过跟踪光束传播轨迹来进行求解, 如区域法、蒙特卡洛法和离散传递法. 由于需要进行繁重的光束传播轨迹计算, 这类方法计算速度极慢, 不适合用来与热流体问题中的其他过程进行耦合计算. 第二类方法的求解过程类似于一般偏微分方程的离散和求解, 如离散坐标法、有限体积法、有限元法、谱元法、无网格法等. 这类方法计算速度较快, 适合与对流和导热过程耦合计算, 是目前计算热辐射学研究的重点.

近10年来, 在国家自然科学基金的资助下, 国内许多高校对与计算热辐射学相关的课题进行了广泛的研究. 本文对国内学者在与辐射传递方程数值模拟相关的计算热辐射学研究中所取得的进展进行回顾, 包括: 1) 辐射传递方程的数值解法, 如射线跟踪—节点分析法、有限元法、谱方法、谱元法、间断元法、无网格法等; 2) 梯度折射率介质内辐射传递问题

**引用格式:** 谈和平, 刘林华, 易红亮, 等. 计算热辐射学的进展. 科学通报, 2009, 54: 2627~2637

Tan H P, Liu L H, Yi H L, et al. Recent progress in computational thermal radiative transfer. Chinese Sci Bull, doi: 10.1007/s11434-009-0625-1

的数值模拟方法; 3) 湍流与辐射交互作用的数值模拟; 4) 辐射反问题.

## 1 辐射传递方程的数值解法

### 1.1 射线踪迹-节点分析法

射线踪迹-节点分析法求解辐射传递问题的基本思想为: 在辐射与导热瞬态能量方程中, 将辐射热流密度散度的离散形式作为热辐射源项来处理, 用辐射传递系数与温度四次方乘积的多项式来表达热辐射源项, 因此采用射线踪迹法结合 Hottel 区域法求解辐射传递系数是此方法的关键. 辐射传递系数的相对性和完整性可作为检验辐射传递系数正确性的依据. 从物理本质上来说, 辐射传递系数的相对性就是任意单元发射的能量其传递具有的可逆性, 辐射传递系数的完整性即为任意单元发射的能量所必须遵守的守恒性.

射线踪迹-节点分析法首先由谈和平和 Lallemand 提出<sup>[4]</sup>. 1989年, Tan 和 Lallemand 采用该方法研究了辐射与对流边界条件下单层非灰介质层内的瞬态耦合换热<sup>[4]</sup>. 1991年, Tan 等人<sup>[5]</sup>研究了外界激光脉冲入射下、单层镜反射非灰半透明介质内的辐射与导热瞬态耦合换热, 发现半透明界面下非入射面上只有一个温度峰值, 与不透明界面下的两个温度峰值完全不同.

文献[4,5]没有考虑介质对热辐射的散射. 文献[6]从介质热辐射传递机理出发, 将散射性介质内的辐射传递过程分为两个子过程: (a) 发射、吸收、多重反射子过程; (b) 吸收-散射、多重吸收-多重散射子过程. 从而将射线踪迹-节点分析法拓展到各向同性散射问题. 在文献[6]的基础上, 2000年 Tan 等人<sup>[7]</sup>研究了激光脉冲入射下各向同性散射性介质中的耦合换热, 模拟了不同波长激光源投射在半透明材料上产生的温度响应. 在热物性测试中非入射面的过余温度越大, 测试精度越高. 文献[7]分析表明, 对同一种半透明材料, 若在非入射面上加一涂层, 并选择合适的入射波长(在该波长下介质的吸收性较弱): (a) 可大幅度提高非入射面的过余温度; (b) 若保持过余温度值不变(与不加涂层相比), 则可降低入射辐射强度, 从而避免非傅里叶效应.

上述文献研究的是单层半透明介质内的辐射传递及耦合传热. 随着介质层数的增多, 介质子层间界面的反射和全反射、介质层内的吸收将变得更为复杂,

射线的追迹也更为困难. 利用射线踪迹—节点分析法解决多层介质内辐射传递的关键在于: (1) 如何解决多层介质内的射线追踪问题; (2) 如何解决介质子层间界面的全反射问题.

为了解决多层介质内的射线跟踪问题, 罗剑峰等<sup>[8,9]</sup>提出了辐射强度和辐射能量份额传递函数的概念, 建立了镜、漫反射下单层和两层辐射传递模型, 并运用单层和两层辐射传递模型跟踪辐射强度和辐射能量在三层介质中的传递, 给出了三层半透明介质的射线追迹方法. 紧接着, 他们又采用射线踪迹法建立了多层辐射传递模型, 运用单层和多层辐射传递模型跟踪辐射强度和辐射能量在  $N$  层介质中的传递, 给出了  $N$  层半透明介质的射线追迹方法<sup>[10-12]</sup>. 至此, 多层介质内辐射传递的第一个关键问题得以解决. 此外, 文献[8-12]中, 为解决多层介质内子层界面的全反射问题, 提出了一个基于全反射临界角划分、排列、再积分求和的方法, 但积分限的划分在理论上会给计算结果带来误差, 划分的区间越多, 误差越大.

2004年, Tan 等人<sup>[13]</sup>提出了方向入射、方向散射的概念, 建立了单层各向异性散射介质的射线踪迹—节点分析法计算模型. 2008年, Yi 等人<sup>[14,15]</sup>采用单层纯吸收性辐射传输模型, 结合方向入射和方向散射的概念, 导出了两种界面光学特性、镜反射模式下的各向异性散射复合层介质的辐射传输模型. 文献[14,15]提出了简洁、精确的界面发生全反射的判据, 从而解决了多层介质内交界面处发生的全反射积分问题. 该判据的引入, 有效避免了在半球空间的积分奇异问题, 不会给积分结果带来误差. 该判据还适用于任意层介质内界面处发生的全反射积分问题.

Tan 等人<sup>[16-18]</sup>采用多层辐射传输模型建立了辐射物性非均匀散射性介质内的辐射传递模型. 文献[18]提出了界面折射(透射)/全反射判据, 有效避免了对非均匀介质划分子层带来的物理上不存在的界面反射(全反射除外)给计算结果引入的误差; 研究了辐射特性参数非均匀分布的介质内的瞬态热效应, 发现了一些与稳态完全不一样的温度分布特征<sup>[16-18]</sup>.

### 1.2 有限元法

有限元法的基本原理是将复杂求解域划分为若干规则形状的单元, 然后分别在每个单元上构造插值函数(形函数)对待求函数进行近似, 最后结合加权

余量法对方程进行离散和求解。有限元法主要有三个方面显著的优点: 1) 对复杂形状求解域和边界条件的适应能力强; 2) 与有限体积法和有限差分法相比, 更易于在单元上实现高精度近似; 3) 易于发展与其他模拟兼容的耦合分析。在辐射换热问题求解方面, 有限元法很早就被关注, 然而由于辐射传递问题的复杂性, 直到最近, 这一数值方法才被比较系统地进行了研究并扩展到多维参与性介质的辐射换热分析并得到一些新进展。

有限元法应用于辐射换热问题始于 20 世纪 70 年代。Reddy 和 Murty<sup>[19]</sup>首次使用有限单元法计算了一维辐射传递的积分方程。Razzaque 等人<sup>[20]</sup>采用有限元法研究了充满非散射性介质的正方形灰体空腔内的辐射换热。传统的辐射换热求解的有限元法基于区域法类似的思想, 其中辐射强度和辐射源项表示为一个与所有面元和体元相关的形式积分。这类有限元法在计算中需要进行十分复杂的几何积分和可视性的判断, 尤其对于多维不规则几何问题, 计算极为繁琐<sup>[3]</sup>。

由于传统的有限元法存在的不足之处, 目前的趋势是发展基于微分形式辐射传递方程离散的有限元法。微分形式的辐射传递方程可以看作一个特殊的对流扩散方程且具有强对流特性, 这类方程的求解一般需要施加特别的稳定格式如迎风格式或人工粘性来保证传递过程的正确模拟, 否则其求解结果往往会出现非物理振荡。Fiveland<sup>[21]</sup>在离散坐标法的基础上发展了一个基于偶宇称形式辐射传递方程的有限元法, 首先将离散坐标法的思想与有限元法结合起来。该方法虽然有较好的稳定性, 但由于偶宇称方程自身对各向异性散射处理的困难, 因而很难用于处理各向异性散射问题。Liu<sup>[22]</sup>发展了可以模拟各向异性散射问题的有限元法。该方法建立在离散坐标和标准伽辽金有限元法的基础上。然而由于辐射传递方程的强对流特性, 该方法存在一定的数值稳定性问题。基于此, 张琳等人<sup>[23]</sup>提出了一种迎风修正方案以消除伽辽金有限元法求解结果出现的数值振荡现象。

迎风修正中包含一个自由参数, 该参数类似于人工扩散系数。对于多维问题, 一个简单、有效、合理的人工扩散系数的选取比较困难。高估的人工扩散系数将导致过度的数值扩散, 而低估的人工扩散系数又不能完全抵消数值振荡。为了消除迎风修正

的这一缺点, Liu<sup>[24]</sup>采用最小二乘有限元法来求解辐射传递方程。最小二乘有限元法在对流型方程求解中成功的原因主要是基于以下的优势: 1) 刚度矩阵是对称正定的; 2) 没有待定的自由参数。

为了彻底解决原始辐射传递方程强对流特性引起的数值稳定性问题, 最近, Zhao 等人<sup>[25]</sup>基于标准形式的辐射传递方程, 使用一种与偶宇称分解不同的处理方式, 推导了一个均匀折射率介质内以辐射强度为原始变量的二阶辐射传递方程:

$$-s \cdot \nabla \left[ \frac{1}{\beta} s \cdot \nabla I(\mathbf{r}, s) \right] + \beta I(\mathbf{r}, s) = \kappa_a I_b(\mathbf{r}) + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, s) \Phi(\mathbf{r}, s', s) d\Omega_{s'} - s \cdot \nabla \left[ (1 - \omega) I_b(\mathbf{r}) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, s') \Phi(\mathbf{r}, s', s) d\Omega_{s'} \right]. \quad (2)$$

同时发展了基于该二阶方程的有限元法用于求解多维参与性介质内的辐射传递问题。该二阶方程中不存在对流项, 取而代之的是一个二阶扩散项, 因而完全消除了原始辐射传递方程中对流项带来的数值不稳定性。研究表明基于该二阶方程的有限元法具有很好的数值稳定性, 并可以方便地用于求解吸收、发射及各向异性散射介质内的辐射传递问题。

除了采用有限元法对空间坐标离散之外, 有限元离散方案也被推广用于角度坐标的离散。Coelho<sup>[26]</sup>提出了一种角度离散采用有限元法, 而空间离散采用有限体积法的杂交方案求解辐射传递方程。这种方法求解多维辐射传递问题得到了较好的结果, 可以减缓角度离散误差引起的射线效应。近来, 基于微分形式辐射传递方程离散的有限元法已拓展用于瞬态辐射传递<sup>[27]</sup>及梯度折射率介质内辐射传递问题<sup>[28,29]</sup>的求解。

### 1.3 谱方法和谱元法

常规的有限元法都是低阶方法, 一般仅具有二阶精度, 同时只具有  $h$  收敛特性, 为了得到所需要的计算精度, 只能通过繁杂的对网格加密或重新划分来实现。高阶精度方法可以在相同计算量的情况下显著提高求解精度。目前, 国际上对辐射换热求解的高精度方法已有一些有益的尝试, 其中谱方法和谱元法成为两个研究热点。

谱方法以正交函数系作为基函数, 如傅里叶正交函数系、雅可比多项式等, 对定义在计算域中的函数进行近似, 然后结合加权余量法对偏微分方程进

行求解,其求解精度可以很容易通过增加基函数的阶数来提高. Li 等人<sup>[30-32]</sup>发展了求解一维参与性介质内热辐射传递及辐射与导热耦合换热问题的切比雪夫配点谱方法. 谱方法存在一个显著的缺点,即其需要在整个求解域上寻求微分方程解的高阶近似,这虽可以有效地处理规则几何形状的区域,但在工程实际问题中,计算域的几何形状和边界条件往往是很复杂的,因此很难在整个求解域上构造基函数.

谱元法继承了谱方法的高精度和收敛特性及有限元方法对复杂几何区域的适应性并克服了二者的不足. 谱元法的基本原理与有限元法类似,区别在于其单元形函数构造采用谱近似,即通过正交多项式来构造. 对于给定的计算域网格划分,谱元法可以只通过提高谱近似的阶数来提高计算精度,这是低阶方法如有限体积法、有限元法等所不具备的. Zhao 等人<sup>[33-36]</sup>发展了以切比雪夫多项式构造基函数的最小二乘谱元法来求解多维均匀及梯度折射率介质内的辐射传递,研究了谱元法的射线效应及抑制射线效应的稳定方案,并基于二阶辐射传递方程发展了一种用于求解辐射导热耦合问题的谱元法. 已有的研究表明,单元上采用谱近似可以有效地提高多维辐射传递问题的求解精度,但高阶谱近似更易于受到由辐射强度角向分布间断引起的射线效应的影响.

#### 1.4 间断有限元和间断谱元法

采用全域连续形函数近似的常规有限元法、谱方法或谱元法虽然能够满足整个求解域上的守恒性,但一般不能满足单元上的守恒性. 最近,间断有限元法开始被引入辐射传递问题的求解,该方法有效地克服了这一问题. 间断有限元法不需要强加单元间的连续性,近似空间由间断函数组成,同时结合了有限体积法和有限元法的优点,如单元守恒性及稳定性,可以方便的采用逐单元求解的算法等.

Cui 和 Li<sup>[37,38]</sup>首先发展了求解吸收、发射及散射介质内辐射传递问题的间断有限元法,该方法可以有效地求解多维均匀折射率介质内的辐射传递. Liu 等人<sup>[39]</sup>将该间断有限元法推广用于梯度折射率介质内辐射传递的求解,该方法在单元上采用线性插值近似. Zhao 等人<sup>[40]</sup>在单元上采用谱近似发展了一种间断谱元法来求解多维半透明介质内的辐射传递,该方法继承了谱元法的高阶精度与  $p$  收敛特性以及间断有限元法的局部守恒特性等优点. 与常规有限

元法和谱元法相比,间断有限元和间断谱元法具有更小的假散射及更弱的射线效应.

由于间断有限元法中允许近似函数在单元边界存在间断,这使得其对于瞬态辐射传递问题的求解特别有前景. 因为瞬态辐射传递方程具有双曲型波动方程的性质,热辐射或激光能束在介质中以有限速度传输会形成一个能量波前间断面,很难通过其他数值方法精确捕捉该波前间断. Liu 等人<sup>[41-43]</sup>首先发展了求解瞬态辐射传递的间断有限元法,证明间断有限元法可以准确地捕捉瞬态波前间断. 他们还提出了一个时间平移叠加方案来求解瞬态辐射传输,使用该方案可以显著降低瞬态辐射传递的计算时间. Zhao 等人<sup>[44]</sup>将间断谱元法推广用于瞬态辐射传递问题的求解,该方法可以精确捕捉间断面且具有更高的求解精度.

已有研究表明,间断有限元法是一种适用于结构或非结构网格求解规则及不规则区域内辐射传递问题的非常有前景的方法,特别适合于瞬态辐射传递的求解. 在相同的网格条件下,间断有限元法具有更好的数值稳定性及求解精度. 但值得注意的是,由于需要存储间断界面两侧的辐射强度信息,间断有限元法及间断谱元法对存储空间具有更高的要求.

#### 1.5 无网格法

由于有限元法、有限差分法等对方程的离散是建立在事先设置的网格基础上的,因而在分析涉及大变形问题时将面临因网格畸变而产生的许多困难. 与有限元法相比,无网格法的近似函数不依赖于网格,因此在分析涉及大变形问题时有很大的优势. 紧支试函数加权余量法是无网格法的基础. 建立近似函数时不借助于网格,基于函数逼近近似而非插值是无网格法与有限元法的主要区别. 无网格法采用基于点的近似,可以彻底或部分地消除网格,因而不需要网格的初置和重构,不仅可以保证计算精度,而且可以减小计算的难度<sup>[45-47]</sup>.

在辐射传递的离散坐标方程的基础上, Liu 及其合作者<sup>[48-53]</sup>发展了梯度折射率介质内辐射传递方程数值模拟的无网格法,包括无网格局部彼得罗夫伽辽金法和最小二乘配点无网格法,并探讨了无网格法在半透明梯度折射率内辐射与导热耦合换热过程数值模拟中的应用.

离散坐标方程可以看作对流扩散方程的一个特

例, 对流项的存在有时会引起数值解的振荡. 用无网格局部彼得罗夫伽辽金法计算辐射传递问题时, 其计算结果有时会出现不同程度的振荡. 克服这一问题的关键在于有效捕捉上游信息. 类似于差分法中的上风格式, 文献[54]发展了一种离散坐标方程数值求解的上风无网格局部彼得罗夫伽辽金法, 并通过算例验证了该上风算法的可行性.

## 2 梯度折射率介质内辐射传递的数值解法

介质的组分、密度、温度的非均匀性会导致介质折射率的连续、非均匀分布, 产生折射率梯度. 当介质折射率连续变化时, 光线将发生弯曲而改变传播方向<sup>[55,56]</sup>. 在半透明梯度折射率介质内, 沿辐射传播路径不仅介质的吸收、反射和散射会导致辐射强度的变化, 折射率的变化也将引起辐射强度的改变<sup>[57]</sup>. 梯度折射率所引起的辐射传递非线性光学行为的重要性正逐渐在许多科学与技术领域显现出来.

梯度折射率介质内的辐射传递方程的一般形式为<sup>[57]</sup>

$$n^2 \frac{d}{ds} \left[ \frac{I(s,t)}{n^2} \right] = -(\kappa_a + \kappa_s) I(s,t) + n^2 \kappa_a I_b(\mathbf{r}, t) + \frac{\kappa_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(s, s', t) \Phi(\Omega, \Omega') d\Omega', \quad (3)$$

方程(3)在形式上与均匀折射率介质内的辐射传递方程相似. 然而, 由于光线在梯度折射率介质内沿曲线传播, 因此梯度折射率介质内辐射传递问题的求解比均匀折射率介质内困难得多. 描述光线轨迹的方程称为光线方程<sup>[55-57]</sup>.

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n. \quad (4)$$

光线方程不仅是光线跟踪的基础, 同时也是对辐射传递方程进行变换的基础. 当介质的折射率随位置变化时, 光线的轨迹为由费马原理确定的曲线. 光线方程为一偏微分方程组. 每条射线的跟踪均需要求解这组偏微分方程.

光线踪迹法是热辐射传递数值模拟的基本方法, 已在均匀折射率介质中得到广泛的应用. Ben Abdallah 和 Le Dez<sup>[58,59]</sup>发展了一种弯曲光线跟踪技术用来分析半透明梯度折射率介质内的辐射热传递. Huang 等人<sup>[60,61]</sup>和 Xia 等人<sup>[62]</sup>提出了一种将弯曲光线跟踪与伪光源叠加联合的方法求解一维半透明梯度折射率介质内的热辐射传递. Liu 等人<sup>[63,64]</sup>发展了一种离散

弯曲光线踪迹法用于分析一维半透明梯度折射率平板内的辐射传递. Liu 等人<sup>[65]</sup>采用离散弯曲光线踪迹法研究了脉冲照射下半透明梯度折射率介质内的瞬态温度响应. 对于热辐射问题, 由于要跟踪的光线数量很大, 除非可得到光线轨迹的解析解, 对多维梯度折射率介质中的辐射传递问题一般难以使用光线踪迹法来求解. 目前, 对于梯度折射率介质内热辐射传递的求解, 光线踪迹法主要限于一维问题.

为了避免射线跟踪过程复杂耗时的计算, 需要发展无需射线跟踪的求解方法. Liu<sup>[66]</sup>对梯度折射率介质中原始辐射传递方程沿着弯曲光线轨迹的微分算子  $d/ds$  进行变换, 将其表示成空间和角度分离的形式<sup>[57,66]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} = \mu \frac{\partial}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial y} + \xi \frac{\partial}{\partial z} \\ + \frac{1}{n \sin \theta} \left[ \xi \left( \mu \frac{\partial n}{\partial x} + \eta \frac{\partial n}{\partial y} + \xi \frac{\partial n}{\partial z} \right) - \frac{\partial n}{\partial z} \right] \frac{\partial}{\partial \theta} \\ + \frac{1}{n \sin \theta} \left( \frac{\partial n}{\partial y} \cos \varphi - \frac{\partial n}{\partial x} \sin \varphi \right) \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (5) \end{aligned}$$

并由此得到了直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标下梯度折射率介质内的辐射传递方程<sup>[29,57,66]</sup>. 与均匀折射率介质内辐射传递方程相比, 梯度折射率介质内的辐射传递方程多出两项角向再分配项, 专门表示梯度折射率介质内光线路径的弯曲效应. 这些方程可以作为使用数值模拟方法求解多维梯度折射率介质内辐射传递的基本方程. 基于这些方程, 文献[29, 32, 36, 39, 42, 49, 66]发展了一系列多维梯度折射率介质内辐射传递的模拟方法, 包括有限体积法、有限元法、谱方法、谱元法和无网格法等. 这些方法的发展有助于推动与梯度折射率有关的热辐射和热光学领域应用技术的研究.

## 3 湍流与辐射交互作用的数值模拟

高温湍流反应流伴随强烈的温度和组份浓度脉动. 由于辐射吸收系数是温度和组份浓度的函数, 且普朗克函数与温度间呈非线性关系, 因此湍流脉动对热辐射时均值有一定的影响. 实验表明高温湍流反应流内湍流与热辐射之间有强烈交互作用<sup>[4]</sup>. 对高温湍流化学反应流的全面模拟涉及湍流流动模型、湍流燃烧模型和湍流辐射模型的选取. 目前湍流流动模型和湍流燃烧模型已得到长足发展, 而湍流辐射模型相对滞后, 尚未形成适合工程计算的湍流辐射

模型.

随着湍流反应流数值模拟方法的发展,目前对湍流特性的描述,可以由统计角度运用概率密度分布函数(PDF)的概念.目前湍流的PDF模拟方法得到了长足的发展和广泛的工程应用.PDF模拟方法无需对湍流脉动标量间的关联关系作过多的经验假设.由于计算速度的原因,通过求解PDF输运方程模拟湍流燃烧和辐射的方法尚未在大型的工业设备中得到广泛应用,更多的是根据实验数据或先验性知识假定PDF的形状.文献[67]以氢气扩散火焰为例研究湍流火焰中辐射源项湍流脉动特征.研究结果表明辐射源项时均值的最大值出现在主燃区,主燃区内辐射源项的脉动强度大约在15%之内.在一个样本系综内,大约95%以上的辐射源项样本落在 $\pm 3$ 倍均方差以内,频谱呈现非对称单峰分布.

Liu等人<sup>[68]</sup>采用假定形状PDF模型计算分析了自由射流火焰中的辐射源项以及普朗克吸收系数,并与火焰面模型的计算结果比较.比较结果表明:在火焰燃烧前锋区域温度场与燃烧组分浓度场之间并不独立;对于辐射源项的计算,联合PDF模型要优于独立PDF模型.综合考虑计算精度和计算耗费,目前湍流与辐射交互作用的数值模拟推荐采用假定形状联合PDF模型.

由于湍流燃烧引起的流场参数的高频脉动,火焰光学测量过程所测得的常为时均辐射信号.与层流火焰不同,湍流火焰时均辐射信号不仅是火焰时均温度场的函数,同时也是湍流脉动强度的函数,因此湍流火焰时均参数场的光学测量需要考虑湍流脉动的干扰.Liu等人<sup>[69,70]</sup>分析了应用低时间分辨率的发射和透射辐射强度反演非轴对称自由火焰雷诺时均温度场过程中湍流脉动的影响.结果表明,湍流脉动对时均吸收系数反演的影响小;如果不考虑湍流脉动,时均温度反演误差随湍流脉动强度增大而增大;在湍流脉动微弱的情况下,湍流脉动对时均温度场的反演影响很小,但在强湍流脉动的情况下湍流脉动对时均温度场的反演具有很大影响.

## 4 辐射反问题

按应用目的可将辐射反问题分成以下两类:测量问题和反设计问题<sup>[21]</sup>.测量问题主要是辐射参与性介质中某些难以直接测量参数的测量反演问题.反设计问题主要指根据事先要求的辐射强度或辐射热

流分布对系统参数或边界条件进行优化设计.反问题从根本上可以归结为测量参数/目标参数和待反演参数构成的某种目标函数的全局极值问题.对多类型参数的联合反演,目标函数一般为多峰函数,全局极值问题的求解极为困难.近10年来,辐射反问题研究得到广泛重视,成为当前反问题研究中一个别具特色的领域.

### 4.1 测量问题

辐射反问题一般涉及温度分布、壁面黑度分布、介质吸收系数分布等多参数群的同时联合反演.这类反演问题往往呈现病态和多值性,致使常用的梯度法等反问题求解方法失效.Liu等人<sup>[71,72]</sup>提出了网络搜索与共轭梯度相结合时反演半透明介质内辐射源项和边界壁面黑度的混合方法.通过将其中某类参数离散成一系列的网络,在离散网络上对其他参数进行对应的极值搜索,再利用离散极值序列构造极值分布函数,并最终获得全局最小目标函数对应的反演解.网络搜索与共轭梯度相结合的反演方法为病态和多值性的辐射反演求解提供了一条可行的途径.

炉内温度场辐射测量的反演需要综合考虑炉膛的三维复杂结构、炉内介质辐射的非灰性和流体的高温湍流脉动.Liu等人<sup>[73,74]</sup>建立了三维温度场辐射测量的反演模型和算法,在离散坐标法的基础上利用共轭梯度法实现了复杂形体内辐射源项的反演.Wang等人<sup>[75]</sup>采用反向蒙特卡罗方法求解参与性介质内三维温度场分布,所采用的逆问题求解算法是最小二乘QR分解算法.由于气体辐射的非灰性,吸收和发射过程的等效系数须有区别.文献[76]提出了等效灰体发射、吸收系数的概念,建立了二维灰系统内吸收系数的反演算法,大幅度降低了辐射模拟的计算量.由于辐射信号与介质温度的非线性关系,传统测量反演法得到的不是介质的时均温度.文献[70]建立了火焰内湍流时均场的反演模型和算法,实现了雷诺时均温度场和时均吸收系数场的同时反演.

瞬态辐射信号比稳态辐射信号包含更多的信息,在生物组织结构的识别方面有广泛的应用.An等人提出了求解多维瞬态辐射传输正问题的离散坐标—有限元法和最小二乘有限元法<sup>[27,77~79]</sup>,有效地消除了标准伽辽金有限元法产生的数值振荡现象,并在此基础上,提出了基于共轭梯度法的有限元重建算

法模型<sup>[80]</sup>, 该模型能够比较准确地重构两层、三层及连续分布型一维非均匀介质的光学物性。

传统的辐射反问题的研究方法以基于导数(或梯度)计算的共轭梯度法为主, 其优点是计算速度快, 其缺点是这些方法都依赖于初值或目标函数的导数, 如果初始值设置不合理或在某些条件下目标函数的导数值计算不准确, 会导致求解不收敛。因此, 近年来一些新的智能反演技术应用于辐射物性反问题, 主要包括遗传算法、微粒群算法等。其主要特点是不需要所求目标函数(问题)的具体信息, 不需要建立问题本身的精确数学模型, 仅需求解目标函数值和进行简单的数学操作。刘林华等人<sup>[81]</sup>用遗传算法求解了一维吸收、发射、非散射灰体半透明介质内源项的反问题, 同时考察了测量误差对于计算精度的影响。Qi 等人<sup>[82-84]</sup>将智能微粒群算法用于介质辐射传输反问题的研究, 先后反演了吸收系数、散射系数、散射相函数、粒径分布等参数, 并对标准微粒群、随机微粒群和多相微粒群等各种微粒群算法的适用性、收敛性和精度等方面进行了初步探讨, 为辐射反问题的求解提供了新的思路。由于智能反演算法涉及到大量正问题样本的计算, 当正问题本身的求解复杂时, 这类反演算法收敛慢、计算特别耗时。

辐射反问题一般以随方向变化的边界辐射强度的检测值为求解条件。Zhou 等人<sup>[85]</sup>采用双色法在边界上检测随方向变化的辐射温度分布, 与边界辐射强度检测值一起, 作为辐射反问题的求解条件, 同时重建一维发射、吸收、各向同性散射介质内的温度和散射反照率分布。进一步考虑一维系统中未知的、非均匀的吸收系数和散射系数分布, 连同未知的非均匀温度分布, 从边界温度和辐射强度分布检测值同时重建<sup>[86]</sup>。模拟结果表明: 边界温度检测值的加入, 改善了此类反问题的求解性能; 随着光学厚度增加, 辐射特性参数分布的重建误差增加, 但系统内温度分布的重建效果较好, 显示边界温度检测值对于重建系统内温度分布具有明显的作用。

辐射温度图像检测技术易于应用到大型锅炉/工业炉窑内燃烧监测研究中。Zhou 等人<sup>[87]</sup>提出了火焰温度成像模型, 该模型采用比色法检测参考温度, 并从单色辐射强度图像中计算火焰温度图像, 建立了温度图像检测与系统温度分布之间的定量模型。由于大型电站锅炉为代表的工业燃烧系统具有大尺寸、对辐射的强吸收/衰减性、环境恶劣, 对其温度分布的

可视化检测到 20 世纪 90 年代一直没有取得突破。文献[88]采用改进的 Tikhonov 正则化方法建立了大型炉内三维温度场重建算法, 该算法根据炉内充分搅拌条件下的燃烧介质的温度分布具有一定的平滑性的物理特性建立了正则化约束算法, 模拟研究结果表明: 即使测量误差达到 10% 以上, 三维温度场重建效果依然较好。Lou 等人<sup>[89]</sup>进一步模拟论证了实际燃烧系统光学厚度对正则化可视化重建算法的影响, 结果表明: 当光学厚度在 1~15 之间时, 文献[88]提出的正则化算法对实际工业燃烧装置温度场检测具有实用性。在温度场检测的同时, 文献[90]进一步开展了煤粉炉内介质辐射特性参数(辐射率/黑度、吸收系数、散射系数)同时重建的实验研究。对于温度和辐射介质同时未知的辐射反问题, Lou 等人<sup>[91]</sup>建立了解耦重建算法: 从辐射温度图像检测信息中重建介质的温度分布, 从辐射强度图像中重建介质的辐射特性参数, 模拟分析结果表明, 解耦重建效果良好。

#### 4.2 反设计问题

传统的高温加热设备的设计方法往往是根据设计要求首先假定设备几何形状, 而后采用校核、调整的正设计方法, 设计过程复杂, 设计周期长同时无法获得最优化的设计结果。针对辐射换热设备的设计, 反设计方法可以避免以上问题, 其设计思路是首先从连续的待设计界面提取出离散的节点, 使用反演方法优化这些离散的边界点的位置, 而后采用插值拟合的方式近似设计界面几何形状。由于反演过程中, 几何界面的不断变化造成了求解区域几何形状的不断变化, 使用传统的数值方法求解区域内的辐射传递问题, 需要反复地针对这些区域划分高质量的网格, 这对该类问题的研究造成了很大的障碍。因此, 目前的辐射换热设备反设计研究都集中在真空加热设备<sup>[92,93]</sup>, 即不考虑介质的影响。

由于无网格法使用节点离散求解区域及其边界, 其解受求解域内节点分布情况影响较小, 在求解不断变化的几何区域的热辐射传输问题具有较大优势。Tan 等人<sup>[94]</sup>将无网格法引入到了二维的充满参与性介质的辐射换热设备几何反设计中, 设计过程中通过调节受热面的几何形状使其表面获得均匀的热流分布。反演过程中使用 Akima 三次样条插值近似设计边界的几何形状, 针对不断变化的求解区域, 采用节点间的平均距离作为直接配点无网格法节点分布

的判定条件,进而构建简单的拓扑节点系统.该研究表明使用无网格法结合最优化方法,对充满参与性介质的辐射换热设备的反设计具有较高的精度.

## 5 结论与展望

描述辐射能传输过程的基本方程为辐射传递方程.数值模拟方法已成为半透明介质内热辐射传递理论研究和工程应用的重要手段.国内学者对计算热辐射学相关的课题进行了广泛的研究,形成了有鲜明特色的研究领域,如射线踪迹-节点分析法;有

限元/谱元法;梯度折射率介质内辐射传递问题的数值模拟方法;工业炉膛火焰温度场的辐射测量反演方法等.

随着科学研究和工程应用对热辐射计算精度的不断提高,对计算热辐射学的研究提出了更高的要求.今后计算热辐射学方面研究的重点包括:1)辐射传递方程数值离散误差的理论分析方法研究;2)射线效应和假散射抑制方法的研究;3)工程湍流辐射模型的研究;4)大尺度空间辐射传递的多尺度和并行算法研究;5)瞬态辐射传递和矢量辐射传递过程的数值模拟方法研究.

## 参考文献

- 1 Modest M F. Radiative Heat Transfer. 2nd ed. New York: Academic Press, 2003
- 2 谈和平,夏新林,刘林华,等. 红外辐射特性与传输的数值计算. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006
- 3 刘林华,赵军明,谈和平. 辐射传递方程数值模拟的有限元和谱元法. 北京: 科学出版社, 2008
- 4 Tan H P, Lallemand M. Transient radiative-conductive heat transfer in flat glasses submitted to temperature, flux and mixed boundary conditions. *Int J Heat Mass Tran*, 1989, 32: 795—810 [\[doi\]](#)
- 5 Tan H P, Maestre B, Lallemand M. Transient and steady-state combined heat transfer in semi-transparent materials subjected to a pulse or a step irradiation. *J Heat Trans-T ASME*, 1991, 113: 166—173 [\[doi\]](#)
- 6 Tan H P, Ruan L M, Xia X L, et al. Transient coupled radiative and conductive heat transfer in an absorbing, emitting and scattering medium. *Int J Heat Mass Tran*, 1999, 42: 2967—2980 [\[doi\]](#)
- 7 Tan H P, Ruan L M, Tong T W. Temperature response in absorbing, isotropic scattering medium caused by laser pulse. *Int J Heat Mass Tran*, 2000, 43: 311—320 [\[doi\]](#)
- 8 Tan H P, Luo J F, Xia X L. Transient coupled radiation and conduction in a three-layer composite with semitransparent specular interfaces and surfaces. *J Heat Trans-T ASME*, 2002, 124: 470—481 [\[doi\]](#)
- 9 Luo J F, Xia X L, Tan H P, et al. Transient coupled heat transfer in three-layer composite with opaque specular surfaces. *J Thermophys Heat Tr*, 2002, 16: 297—305 [\[doi\]](#)
- 10 Luo J F, Tan H P, Ruan L M, et al. Refractive index effects on heat transfer in multilayer scattering composite. *J Thermophys Heat Tr*, 2003, 17: 407—419 [\[doi\]](#)
- 11 Tan H P, Luo J F, Ruan L M, et al. Transient coupled heat transfer in a multi-layer composite with opaque specular surfaces and semitransparent specular interfaces. *Int J Therm Sci*, 2003, 42: 209—222 [\[doi\]](#)
- 12 Tan H P, Luo J F, Xia X L, et al. Transient coupled heat transfer in multi-layer composite with one specular boundary coated. *Int J Heat Mass Tran*, 2003, 46: 731—747 [\[doi\]](#)
- 13 Tan H P, Yi H L, Wang P Y, et al. Ray tracing method for transient coupled heat transfer in an anisotropic scattering layer. *Int J Heat Mass Tran*, 2004, 47: 4045—4059 [\[doi\]](#)
- 14 Yi H L, Xie M, Tan H P. Transient coupled heat transfer in an anisotropic scattering composite slab with semitransparent surfaces. *Int J Heat Mass Tran*, 2008, 51: 5918—5930 [\[doi\]](#)
- 15 Yi H L, Xie M, Tan H P. Ray tracing method for radiative heat transfer within a two-layer anisotropic scattering medium. *Numer Heat Tr A-Appl*, 2008, 54: 481—506 [\[doi\]](#)
- 16 Tan H P, Yi H L, Luo J F, et al. Transient coupled heat transfer inside a scattering medium with graded refractive index. *J Thermophys Heat Tr*, 2006, 20: 583—594 [\[doi\]](#)
- 17 Yi H L, Tan H P, Zhang H C, et al. Ray-tracing/nodal-analyzing model for transient thermal behavior of a scattering medium with a variable refractive index. *Numer Heat Tr A-Appl*, 2006, 49: 607—634 [\[doi\]](#)
- 18 Yi H L, Tan H P. Transient radiative heat transfer in an inhomogeneous participating medium with Fresnel's surfaces. *Sci China Ser E: Tech Sci*, 2008, 51: 1110—1124 [\[doi\]](#)
- 19 Reddy J N, Murty V D. Finite element solution of integral equations arising in radiative heat transfer and laminar boundary-layer



- theory. *Numer Heat Tr*, 1978, 1: 389—401
- 20 Razaque M M, Klein D E, Howell J R. Finite element solution of radiative heat transfer in two-dimensional rectangular enclosure with gray participating media. *J Heat Trans-T ASME*, 1983, 105: 933—936
- 21 Fiveland W A, Jessee J P. Finite element formulation of the discrete-ordinates method for multidimensional geometries. *J Thermophys Heat Tr*, 1994, 8: 426—433[[doi](#)]
- 22 Liu L H. Finite element simulation of radiative heat transfer in absorbing and scattering media. *J Thermophys Heat Tr*, 2004, 18: 555—557[[doi](#)]
- 23 张琳, 刘林华, 赵军明. 半透明介质内辐射换热数值求解的迎风有限元法. *中国电机工程学报*, 2007, 27: 73—77
- 24 Liu L H. Least-squares finite element method for radiative heat transfer in graded index medium. *J Quant Spectrosc Ra*, 2007, 103: 536—544[[doi](#)]
- 25 Zhao J M, Liu L H. Second order radiative transfer equation and its properties of numerical solution using finite element method. *Numer Heat Tr B-Fund*, 2007, 51: 391—409[[doi](#)]
- 26 Coelho P J. A hybrid finite volume/finite element discretization method for the solution of the radiative heat transfer equation. *J Quant Spectrosc Ra*, 2005, 93: 89—101[[doi](#)]
- 27 An W, Ruan L M, Tan H P, et al. Least-squares finite element analysis for transient radiative transfer in absorbing and scattering media. *J Heat Trans-T ASME*, 2006, 128: 499—503 [ [doi](#) ]
- 28 Liu L H. Finite element solution of radiative transfer across a slab with variable spatial refractive Index. *Int J Heat Mass Tran*, 2005, 48: 2260—2265[[doi](#)]
- 29 Liu L H, Zhang L, Tan H P. Finite element method for radiation heat transfer in multi-dimensional graded index medium. *J Quant Spectrosc Ra*, 2006, 97: 436—445[[doi](#)]
- 30 Li B W, Sun Y S, Zhang D W. Chebyshev collocation spectral methods for coupled radiation and conduction in a concentric spherical participating medium. *J Heat Trans-T ASME*, 2009, 131: 062701[[doi](#)]
- 31 Li B W, Sun Y S, Yu Y. Iterative and direct Chebyshev collocation spectral methods for one-dimensional radiative heat transfer. *Int J Heat Mass Tran*, 2008, 51: 5887—5894[[doi](#)]
- 32 Sun Y S, Li B W. Chebyshev collocation spectral method for one-dimensional radiative heat transfer in graded index media. *Int J Therm Sci*, 2009, 48: 691—698[[doi](#)]
- 33 Zhao J M, Liu L H. Least-squares spectral element method for radiative heat transfer in semitransparent media. *Numer Heat Tr B-Fund*, 2006, 50: 473—489[[doi](#)]
- 34 Zhao J M, Liu L H. Spectral element approach for coupled radiative and conductive heat transfer in semitransparent medium. *J Heat Trans-T ASME*, 2007, 129: 1417—1424[[doi](#)]
- 35 Zhao J M, Liu L H. Spectral element method with adaptive artificial diffusion for solving radiative transfer equation. *Numer Heat Tr B-Fund*, 2008, 53: 536—554[[doi](#)]
- 36 Zhao J M, Liu L H. Solution of radiative heat transfer in graded index media by least square spectral element method. *Int J Heat Mass Tran*, 2007, 50: 2634—2642[[doi](#)]
- 37 Cui X, Li B Q. Discontinuous finite element solution of 2-D radiative transfer with and without axisymmetry. *J Quant Spectrosc Ra*, 2005, 96: 383—407[[doi](#)]
- 38 Cui X, Li B Q. A discontinuous finite-element formulation for internal radiation problems. *Numer Heat Tr B-Fund*, 2004, 46: 223—242[[doi](#)]
- 39 Liu L H, Liu L J. Discontinuous finite element method for radiative heat transfer in semitransparent graded index medium. *J Quant Spectrosc Ra*, 2007, 105: 377—387[[doi](#)]
- 40 Zhao J M, Liu L H. Discontinuous spectral element method for solving radiative heat transfer in multidimensional semitransparent media. *J Quant Spectrosc Ra*, 2007, 107: 1—16[[doi](#)]
- 41 Liu L H, Liu L J. Discontinuous finite element approach for transient radiative transfer equation. *J Heat Trans-T ASME*, 2007, 129: 1069—1074[[doi](#)]
- 42 Liu L H, Hsu P F. Analysis of transient radiative transfer in semitransparent graded index medium. *J Quant Spectrosc Ra*, 2007, 105: 357—376[[doi](#)]
- 43 Liu L H, Hsu P F. Time shift and superposition method for solving transient radiative transfer equation. *J Quant Spectrosc Ra*, 2008, 109: 1297—1308[[doi](#)]
- 44 Zhao J M, Liu L H. Discontinuous spectral element approach for solving transient radiative transfer equations. *J Thermophys Heat Tr*, 2008, 22: 20—28[[doi](#)]
- 45 Liu G R. *Mesh Free Methods*. Boca Raton: CRC Press, 2003
- 46 张雄, 刘岩. *无网格法*. 北京: 清华大学出版社, 2004
- 47 Liu G R, Gu Y T. *An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming*. New York: Springer, 2005

- 48 Liu L H. Meshless local Petrov-Galerkin method for solving radiative transfer equation. *J Thermophys Heat Tr*, 2006, 20: 150—154[[doi](#)]
- 49 Liu L H. Meshless method for radiative heat transfer in graded index medium. *Int J Heat Mass Tran*, 2006, 49: 219—229[[doi](#)]
- 50 Liu L H, Tan J Y. Meshless approach for coupled radiative and conductive heat transfer in one-dimensional graded index medium. *J Quant Spectrosc Ra*, 2006, 101: 237—248[[doi](#)]
- 51 Liu L H, Tan J Y. Least-squares collocation meshless approach for radiative heat transfer in absorbing and scattering media. *J Quant Spectrosc Ra*, 2007, 103: 536—544[[doi](#)]
- 52 Tan J Y, Liu L H, Li B X. Least-squares collocation meshless approach for coupled Radiative and conductive heat transfer. *Numer Heat Tr B-Fund*, 2006, 49: 179—195[[doi](#)]
- 53 Tan J Y, Liu L H, Li B X. Least-squares radial point interpolation collocation meshless approach for radiative transfer. *J Heat Trans-T ASME*, 2007, 129: 669—673[[doi](#)]
- 54 Liu L H, Tan J Y. Meshless local Petrov-Galerkin approach for coupled radiative and conductive heat transfer. *Int J Therm Sci*, 2007, 46: 672—681 [[doi](#)]
- 55 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- 56 乔亚天. 梯度折射率光学. 北京: 科学出版社, 1991
- 57 刘林华, 谈和平. 梯度折射率介质内热辐射传递的数值模拟. 北京: 科学出版社, 2006
- 58 Ben A P, Le Dez V. Thermal field inside an absorbing-emitting semitransparent slab at radiative equilibrium with variable spatial refractive index. *J Quant Spectrosc Ra*, 2000, 65: 595—608[[doi](#)]
- 59 Ben A P, Le Dez V. Thermal emission of a semitransparent slab with variable spatial refractive index. *J Quant Spectrosc Ra*, 2000, 67: 185—198[[doi](#)]
- 60 Huang Y, Xia X L, Tan H P. Radiative intensity solution and thermal emission analysis of a semitransparent medium layer with a sinusoidal refractive index. *J Quant Spectrosc Ra*, 2002, 74: 217—233[[doi](#)]
- 61 Huang Y, Xia X L, Tan H P. Temperature field of radiative equilibrium in a semitransparent slab with a linear refractive index and gray walls. *J Quant Spectrosc Ra*, 2002, 74: 249—261[[doi](#)]
- 62 Xia X L, Huang Y, Tan H P. Thermal emission and volumetric absorption of a graded index semitransparent medium layer. *J Quant Spectrosc Ra*, 2002, 74: 235—248[[doi](#)]
- 63 Liu L H. Discrete curved ray-tracing method for radiative transfer in an absorbing-emitting semitransparent slab with variable spatial refractive index. *J Quant Spectrosc Ra*, 2004, 83: 223—228[[doi](#)]
- 64 Liu L H, Zhang H C, Tan H P. Monte Carlo discrete curved ray-tracing method for radiative transfer in an absorbing-emitting semitransparent slab with variable spatial refractive index. *J Quant Spectrosc Ra*, 2004, 84: 357—362[[doi](#)]
- 65 Liu L H, Tan H P. Transient temperature response in semitransparent variable refractive index medium subjected to a pulse irradiation. *J Quant Spectrosc Ra*, 2004, 83: 333—344[[doi](#)]
- 66 Liu L H. Finite volume method for radiation heat transfer in graded index medium. *J Thermophys Heat Tr*, 2006, 20: 59—66[[doi](#)]
- 67 Liu L H, Xu X, Chen Y L, et al. Fluctuating characteristics of radiative source term in hydrogen turbulent jet diffusion flame. *J Quant Spectrosc Ra*, 2004, 87: 193—201[[doi](#)]
- 68 Liu L H, Xu X, Chen Y L. On the shape of presumed probability density function for the modeling of turbulence radiation interaction. *J Quant Spectrosc Ra*, 2004, 87: 311—323[[doi](#)]
- 69 Liu L H, Li B X. Inverse radiation problem of axisymmetric turbulent sooting free flame. *J Quant Spectrosc Ra*, 2002, 75: 481—491[[doi](#)]
- 70 Liu L H, Man G L. Reconstruction of time-averaged temperature of non-axisymmetric turbulent unconfined sooting flame by inverse radiation analysis. *J Quant Spectrosc Ra*, 2003, 78: 139—149[[doi](#)]
- 71 Liu L H, Tan H P, Yu Q Z. Simultaneous identification of temperature profile and wall emissivities in one-dimensional semitransparent medium by inverse radiation analysis. *Numer Heat Tr A-Appl*, 1999, 36: 511—525
- 72 Liu L H, Tan H P, Yu Q Z. Inverse radiation problem of sources and emissivities in one-dimensional semitransparent media. *Int J Heat Mass Tran*, 2001, 44: 63—72
- 73 Liu L H, Tan H P, Yu Q Z. Inverse radiation problem of temperature field in three-dimensional rectangular furnaces. *Int Commun Heat Mass*, 1999, 26: 239—248[[doi](#)]
- 74 Liu L H, Tan H P. Inverse radiation problem in three dimensional complicated geometric systems with opaque boundaries. *J Quant Spectrosc Ra*, 2001, 68: 559—573
- 75 Wang F, Liu D, Cen K F, et al. Efficient inverse radiation analysis of temperature distribution in participating medium based on backward Monte Carlo method. *J Quant Spectrosc Ra*, 2008, 109: 2171—2181[[doi](#)]
- 76 Liu L H, Zhao L, Li B X. A concept of equivalent absorption and emission coefficients for gray analysis of radiative heat transfer. *J*

- Quant Spectrosc Ra, 2005, 90: 253—258 [\[doi\]](#)
- 77 An W, Ruan L M, Qi H, et al. Finite element method for radiative heat transfer in absorbing and anisotropic scattering media. J Quant Spectrosc Ra, 2005, 96: 409—422 [\[doi\]](#)
- 78 An W, Ruan L M, Tan H P, et al. Finite element simulation for short pulse light radiative transfer in homogeneous and non-homogeneous media. J Heat Trans-T ASME, 2007, 129: 352—362
- 79 Ruan L M, An W, Tan H P, et al. Least-squares finite element method for multidimensional radiative heat transfer. Numer Heat Tr A-Appl, 2007, 51: 657—677 [\[doi\]](#)
- 80 An W, Ruan L M, Qi H. Inverse radiation problem in one-dimensional slab by time-resolved reflected and transmitted signals. J Quant Spectrosc Ra, 2007, 105: 221—235
- 81 刘林华, 李炳熙, 谈和平. 一维半透明介质辐射反问题的遗传算法. 东北大学学报, 2001, 22(S2): 198—201
- 82 Qi H, Ruan L M, Zhang H C, et al. Inverse radiation analysis in a one-dimensional participating slab by the stochastic particle swarm optimizer algorithm. Int J Therm Sci, 2007, 46: 649—661 [\[doi\]](#)
- 83 Qi H, Ruan L M, Shi M, et al. Application of multi-phase particle swarm optimization technique to inverse radiation problem. J Quant Spectrosc Ra, 2008, 109: 476—490 [\[doi\]](#)
- 84 Qi H, Ruan L M, Wang S G, et al. Application of multi-phase particle swarm optimization technique to retrieve the particle size distribution. Chin Opt Lett, 2008, 6: 346—349 [\[doi\]](#)
- 85 Zhou H C, Yuan P, Sheng F, et al. Simultaneous estimation of the profiles of the temperature and the scattering albedo in an absorbing, emitting, and isotropically scattering medium by inverse analysis. Int J Heat Mass Tran, 2000, 43: 4361—4364 [\[doi\]](#)
- 86 Zhou H C, Hou Y B, Chen D L, et al. An inverse radiative transfer problem of simultaneously estimating profiles of temperature and radiative parameters from boundary intensity and temperature measurements. J Quant Spectrosc Ra, 2002, 74: 605—620 [\[doi\]](#)
- 87 Zhou H C, Han S D, Lou C, et al. A new model of radiative image formation used in visualization of 3-D temperature distributions in large-scale furnaces. Numer Heat Tr B-Fund, 2002, 42: 243—258 [\[doi\]](#)
- 88 Zhou H C, Han S D, Sheng F, et al. Visualization of three-dimensional temperature distributions in a large-scale furnace via regularized reconstruction from radiative energy images: Numerical studies. J Quant Spectrosc Ra, 2002, 72: 361—383 [\[doi\]](#)
- 89 Lou C, Zhou H C. Assessment of regularization reconstruction of three-dimensional temperature distributions in large-scale furnaces. Numer Heat Tr B-Fund, 2008, 53: 555—567 [\[doi\]](#)
- 90 Lou C, Zhou H C, Yu P F, et al. Measurements of the flame emissivity and radiative properties of particulate medium in pulverized-coal-fired boiler furnaces by image processing of visible radiation. Proceedings of the Combustion Institute, 2007, 31: 2771—2778 [\[doi\]](#)
- 91 Lou C, Zhou H C. Decoupled reconstruction method for simultaneous estimation of temperatures and radiative properties in a 1-D, gray, participating medium. Numer Heat Tr B-Fund, 2007, 51: 275—292 [\[doi\]](#)
- 92 Daun K J, Howell J R. Inverse design methods for radiative transfer systems. J Quant Spectrosc Ra, 2005, 93: 43—60 [\[doi\]](#)
- 93 Daun K J, Morton D P, Howell J R. Geometric optimization of radiant enclosures containing specular surfaces. J Heat Trans-T ASME, 2003, 125: 845—851 [\[doi\]](#)
- 94 Tan J Y, Liu L H. Inverse geometry design of radiating enclosure filled with participating media using meshless method. Numer Heat Tr A-Appl, 2009, 56: 132—152 [\[doi\]](#)