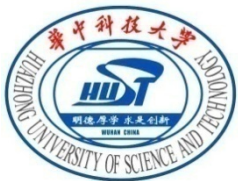


# 结 构 力 学

## Structural Analysis

华中科技大学土木工程与力学学院



# 第5章 静定结构位移计算

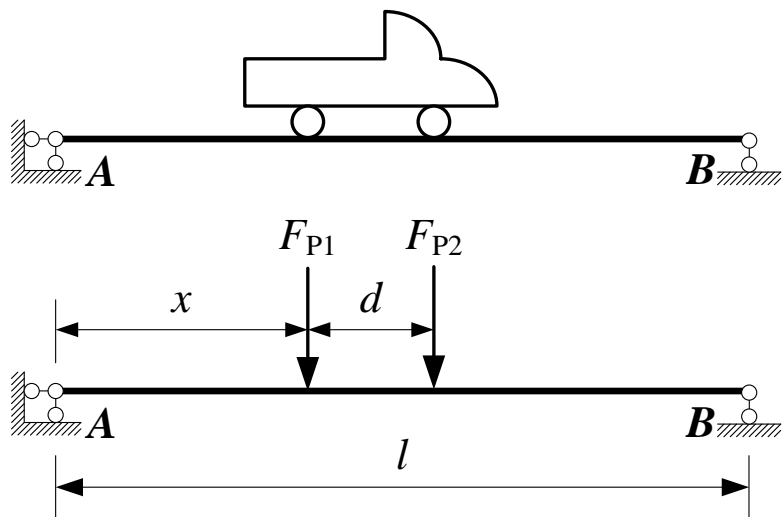
# 主要内容

5.1	概述
5.2	变形体的虚功原理
5.3	结构位移计算的一般公式-单位荷载法
5.4	静定结构在荷载作用下的位移计算
5.5	图乘法
5.6	静定结构在非荷载作用下的位移计算
5.7	线弹性体系互等原理

# 5.1 概述

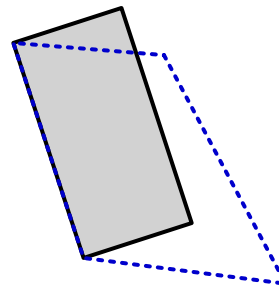
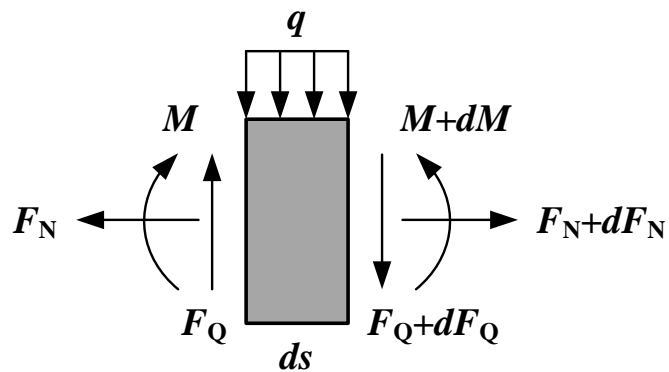
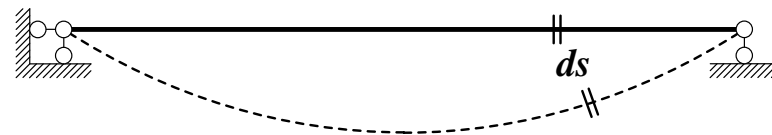
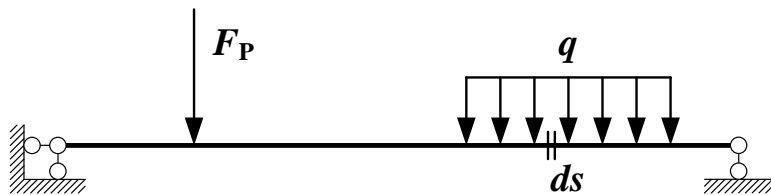
**移动荷载** - 是一组大小不变，方向不变，相互之间距离不变，但作用位置随时间变化的荷载。

**需要解决的问题：** 1. 结构上某一量值（内力，反力或位移）随荷载作用位置变动时的变化规律； 2. 确定使上述量值达到最大时移动荷载的作用位置，即该量值的最不利荷载位置，并估计相应的最不利值； 3. 确定结构各截面上内力变化的范围，即内力变化的上限和下限。



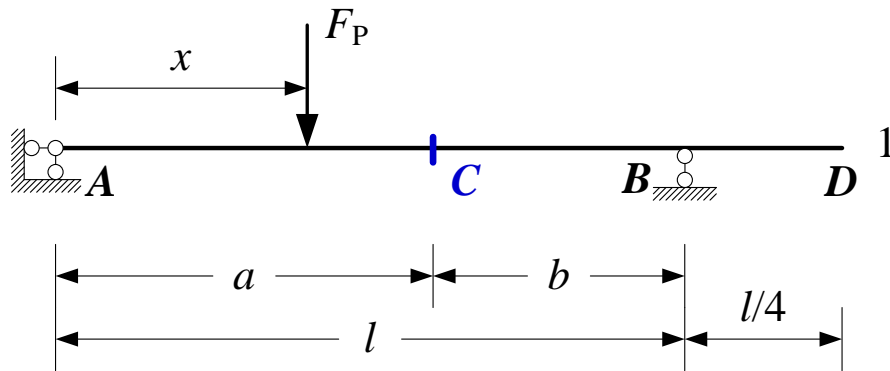
在单位移动荷载作用下表示结构某一量值（影响量）变化规律的图形，称为该量值的影响线。所谓单位荷载是指数值和量纲均为一的量，它可以在实际移动荷载可到达的范围内移动。

## 5.2 变形体的虚功原理



## 4.2 静力法作影响线

**静力法** - 利用平衡条件列出某指定量值 $S$  (代表某项内力或反力) 随单位荷载 $F_P=1$ 作用位置的移动而变化的数学表达式, 称为**影响线方程**, 然后再按照影响线方程做出量值 $S$ 的影响线。

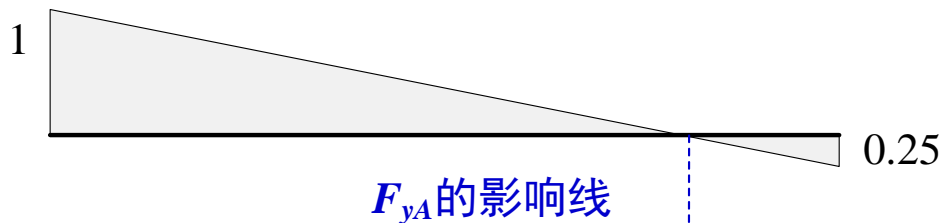


悬臂梁支座反力 $F_{yA}$ 和 $F_{yB}$ 的影响线

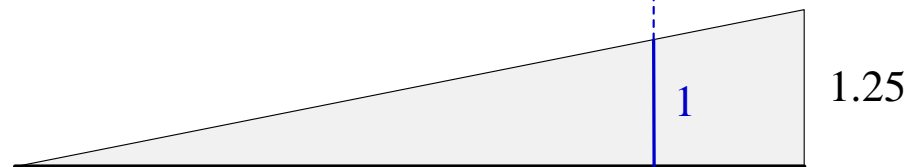
• 由整体静力平衡条件得到影响线方程

$$F_{yA} = \frac{l-x}{l}, \quad F_{yB} = \frac{x}{l}$$

(取反力向上为正)



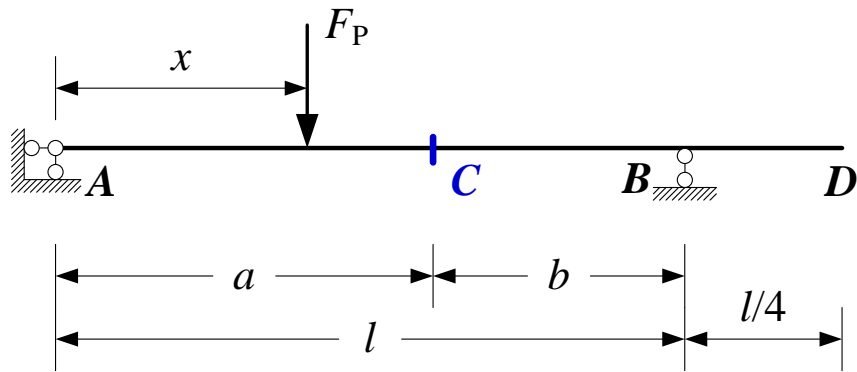
$F_{yA}$ 的影响线



$F_{yB}$ 的影响线

## 4.2 静力法作影响线

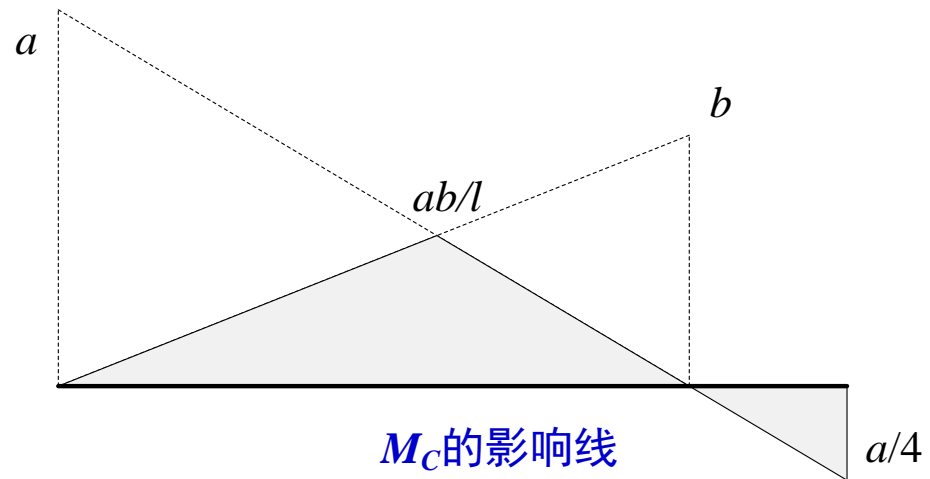
**静力法** - 利用平衡条件列出某指定量值 $S$  (代表某项内力或反力) 随单位荷载 $F_P=1$ 作用位置的移动而变化的数学表达式, 称为**影响线方程**, 然后再按照影响线方程做出量值 $S$ 的影响线。



截面C处弯矩影响线

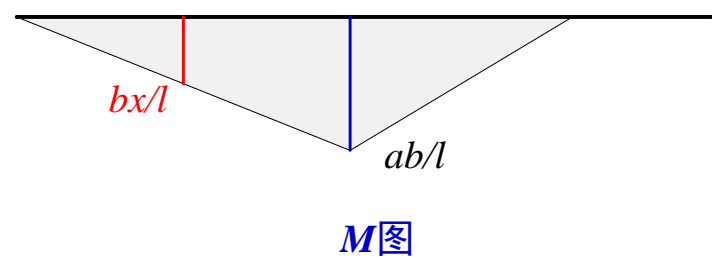
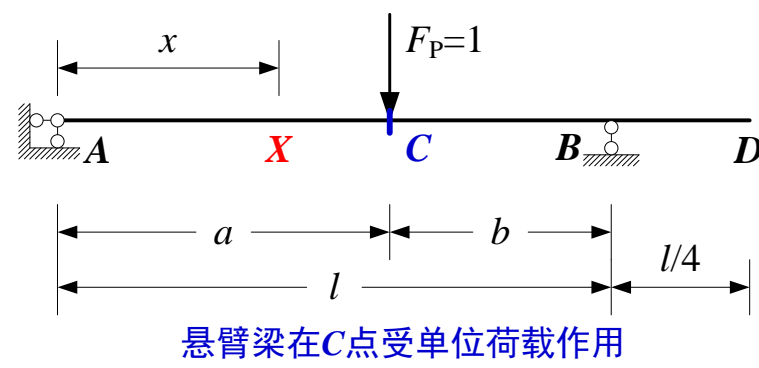
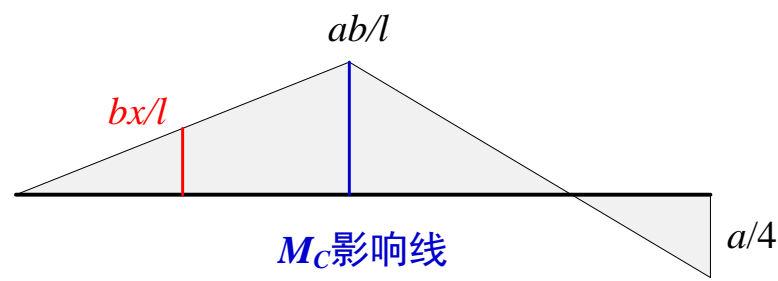
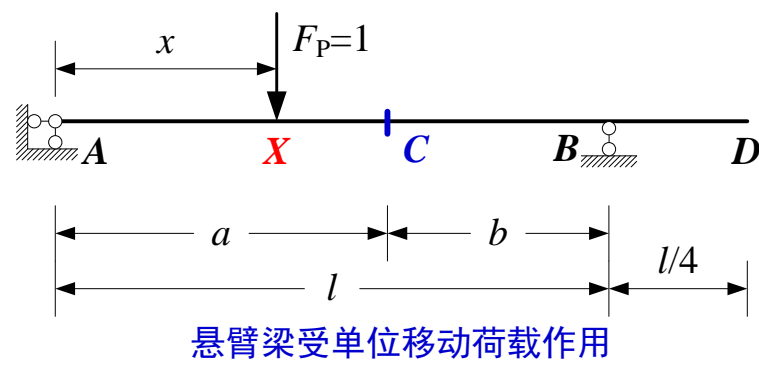
- 由隔离体静力平衡条件得到影响线方程

$$M_C = F_{yB}b = \frac{x}{l}b \quad 0 \leq x \leq a$$
$$M_C = F_{yA}a = \frac{l-x}{l}a \quad a \leq x \leq 5l/4$$



# 4.2 静力法作影响线

## 讨论



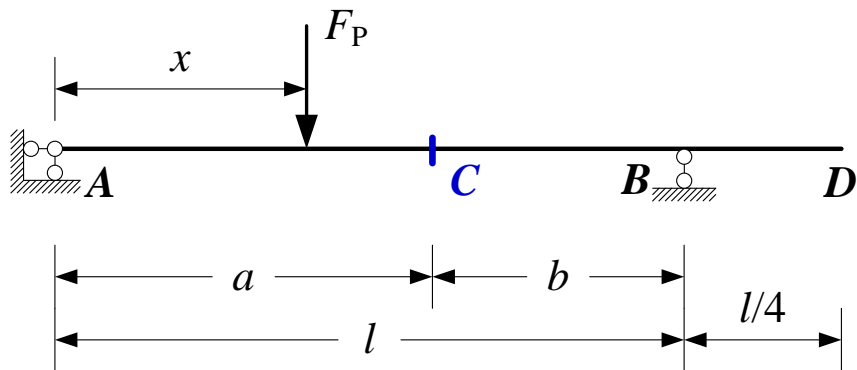
	$M_C$ 影响线	$M$ 图
荷载类型	移动荷载	固定荷载
图形表示的内力	固定截面的弯矩	各个截面的弯矩
一般点纵标的含义	单位荷载作用于X点时C点弯矩	单位荷载作用于C点时X点弯矩
A点纵标为零的含义	单位荷载作用于A点时C点弯矩	单位荷载作用于C点时A点弯矩
正负号的规定	根据建立的坐标系（向上为正）	按照结构力学的规定



## 4.2 静力法作影响线

**静力法** - 利用平衡条件列出某指定量值 $S$  (代表某项内力或反力) 随单位荷载 $F_P=1$ 作用位置的移动而变化的数学表达式, 称为**影响线方程**, 然后再按照影响线方程做出量值 $S$ 的影响线。

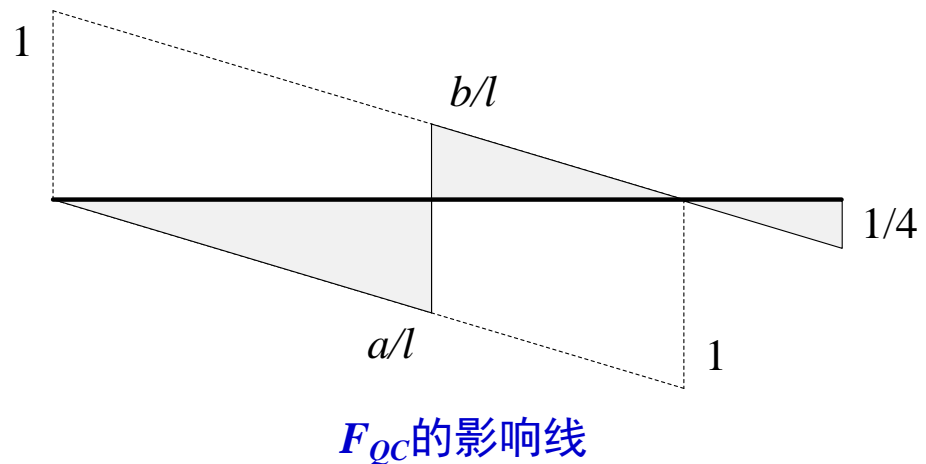
试绘制图示悬臂梁反力、截面 $C$ 处弯矩和剪力的影响线



**截面C处剪力影响线**

• 由**隔离体静力平衡条件**得到影响线方程

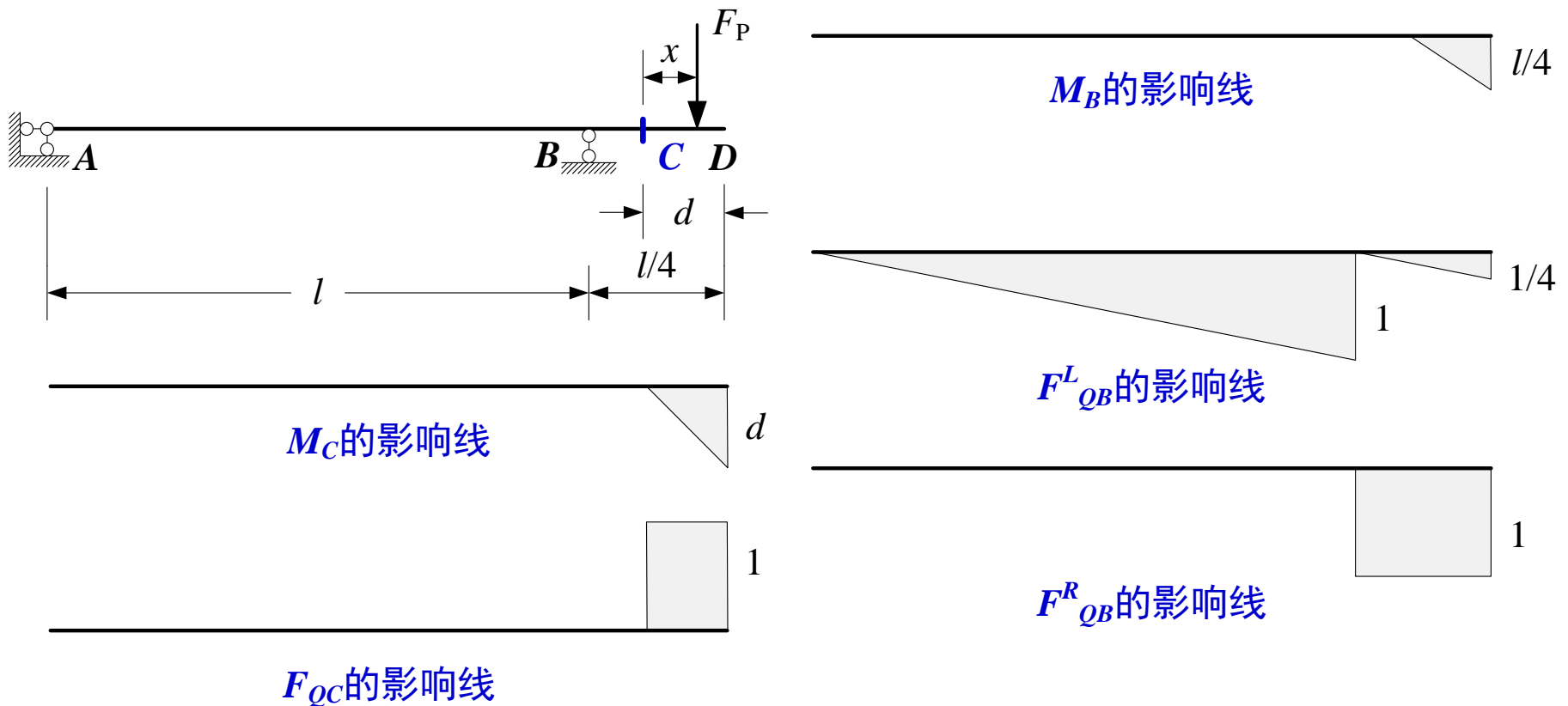
$$\begin{cases} F_{QC} = -F_{yB} = -\frac{x}{l} & 0 \leq x \leq a \\ F_{QC} = F_{yA} = \frac{l-x}{l} & a \leq x \leq 5l/4 \end{cases}$$



## 4.2 静力法作影响线

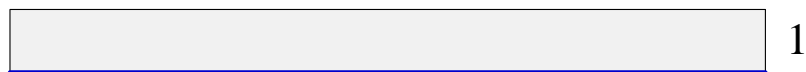
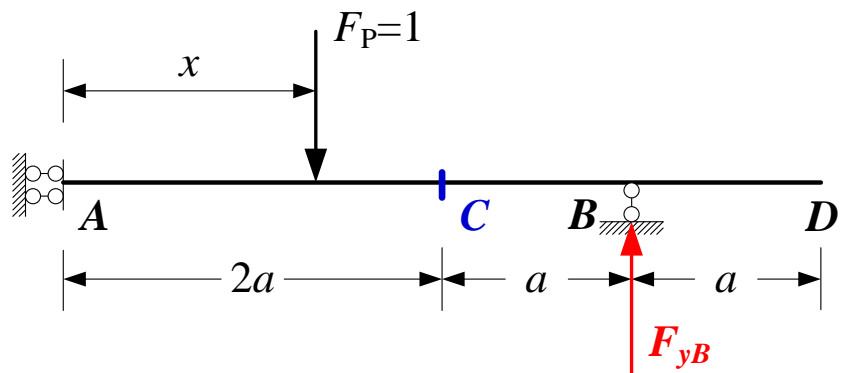
**静力法** - 利用平衡条件列出某指定量值 $S$  (代表某项内力或反力) 随单位荷载 $F_P=1$ 作用位置的移动而变化的数学表达式, 称为**影响线方程**, 然后再按照影响线方程做出量值 $S$ 的影响线。

试绘制图示悬臂梁截面 $B$ 、 $C$ 处弯矩和剪力的影响线



# 4.2 静力法作影响线

## 单跨静定梁的影响线



$F_{yB}$ 的影响线



$M_C$ 影响线

### $F_{yB}$ 的影响线

- 由整体静力平衡条件得到影响线方程

$$F_{yB} = 1$$

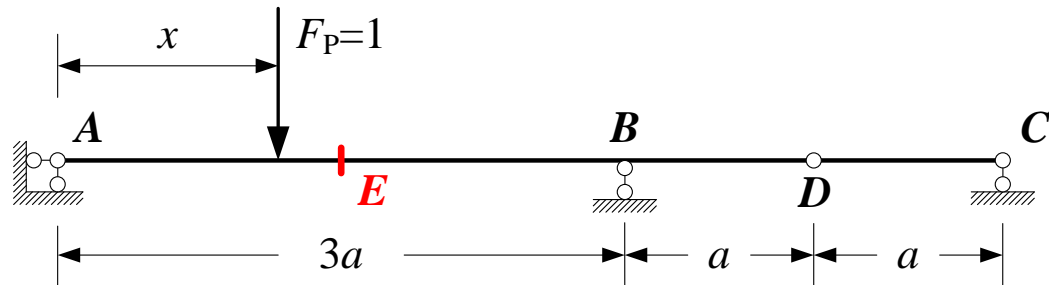
### $F_{yB}$ 的影响线

- 由局部静力平衡条件得到影响线方程

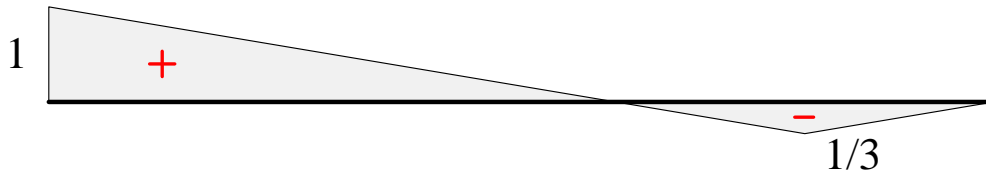
$$M_C = \begin{cases} F_{yB}a = a & 0 \leq x \leq 2a \\ M_A = 3a - x & 2a \leq x \leq 4a \end{cases}$$

# 4.2 静力法作影响线

## 多跨静定梁的影响线



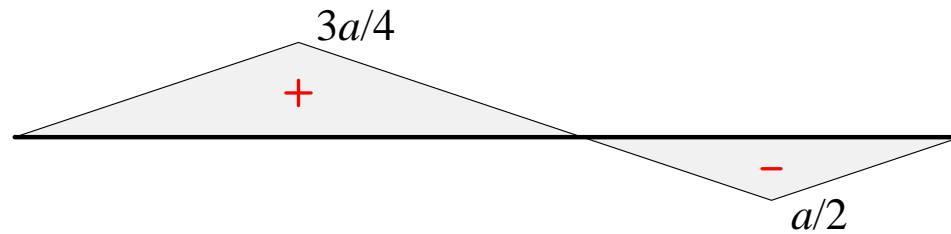
$F_{yA}$  影响线



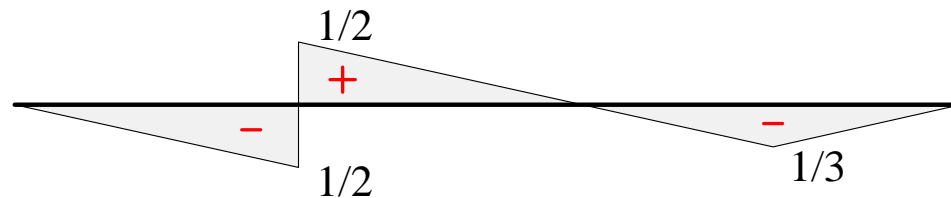
$F_{yD}$  影响线



$M_E$  影响线

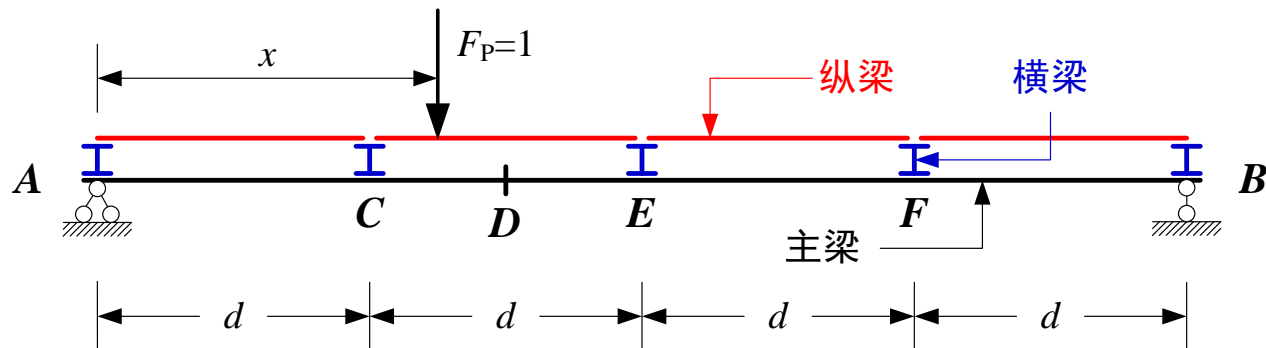


$M_E$  影响线

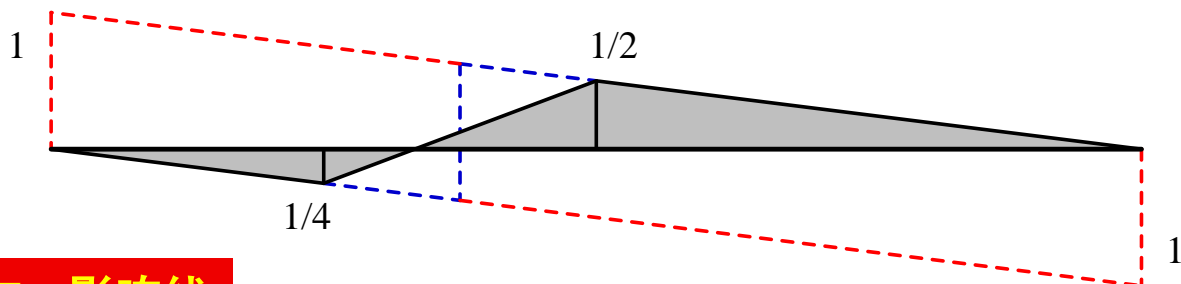
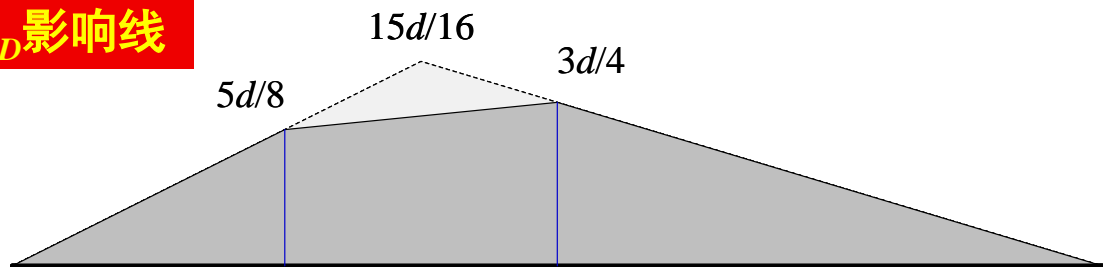


# 4.2 静力法作影响线

## 结点荷载作用下梁的影响线

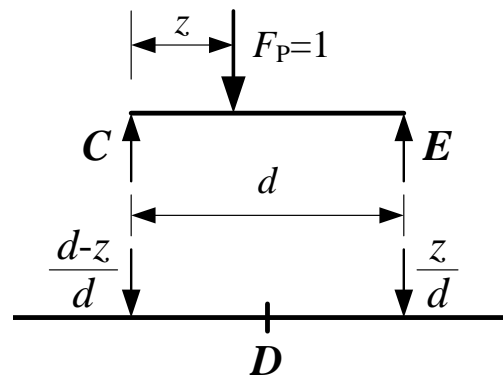


$M_D$ 影响线



$F_{QD}$ 影响线

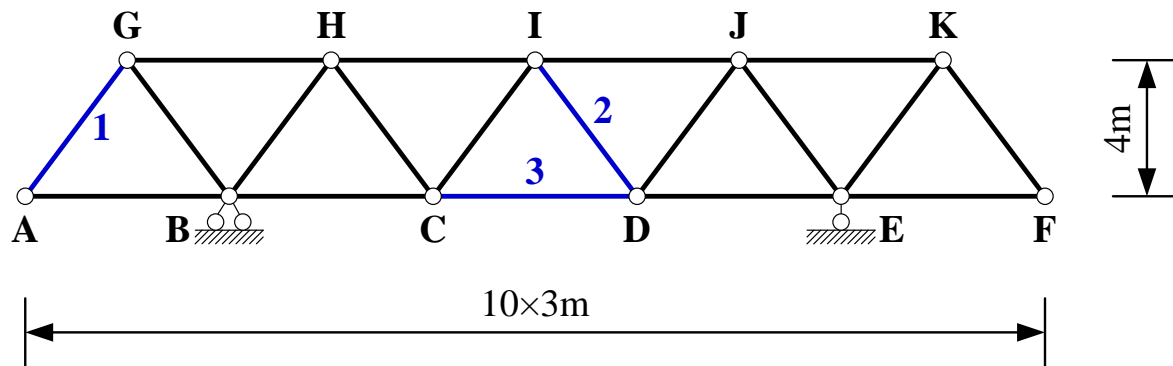
$$M_D = \frac{d-z}{d} \cdot \frac{5}{8}d + \frac{z}{d} \cdot \frac{3}{4}d$$



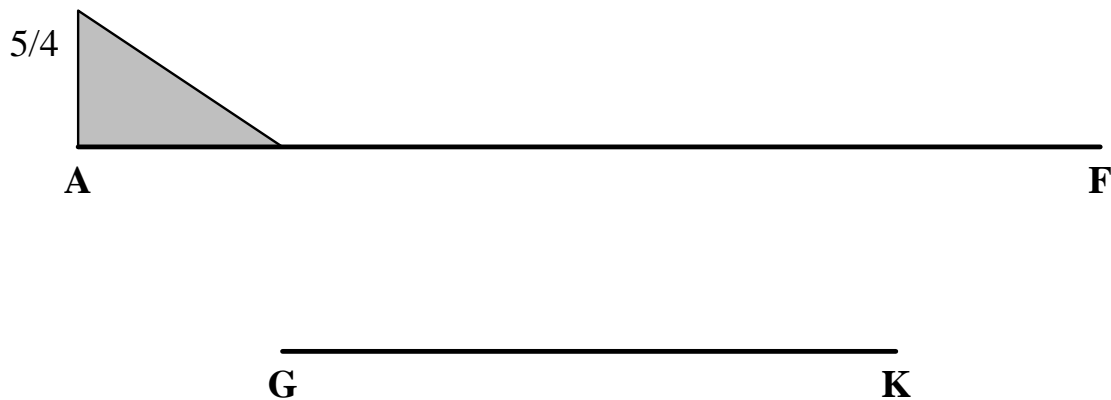
**结论：**在结点荷载作用下，结构在相邻结点之间的任何影响线为一直线；先作直接荷载作用下的影响线，然后用直线连接相邻两结点的竖距得到结点荷载作用下的影响线。

# 4.2 静力法作影响线

## 静定桁架的影响线

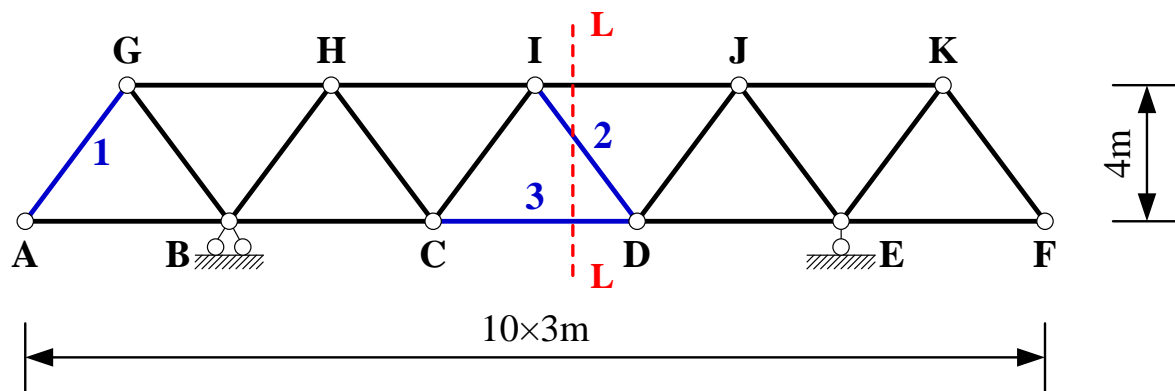


$N_1$ 影响线

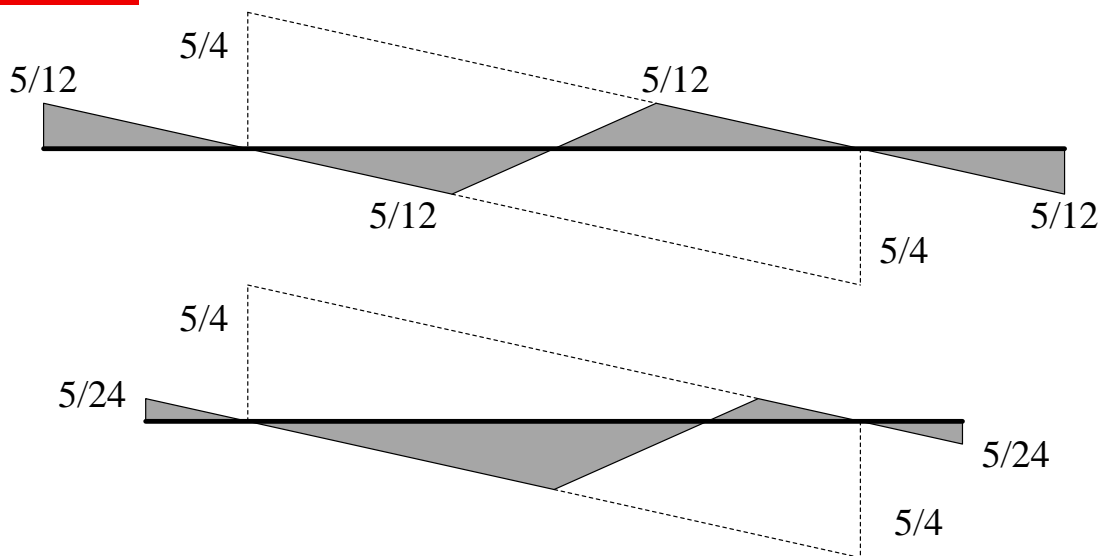


# 4.2 静力法作影响线

## 静定桁架的影响线



$N_2$ 影响线

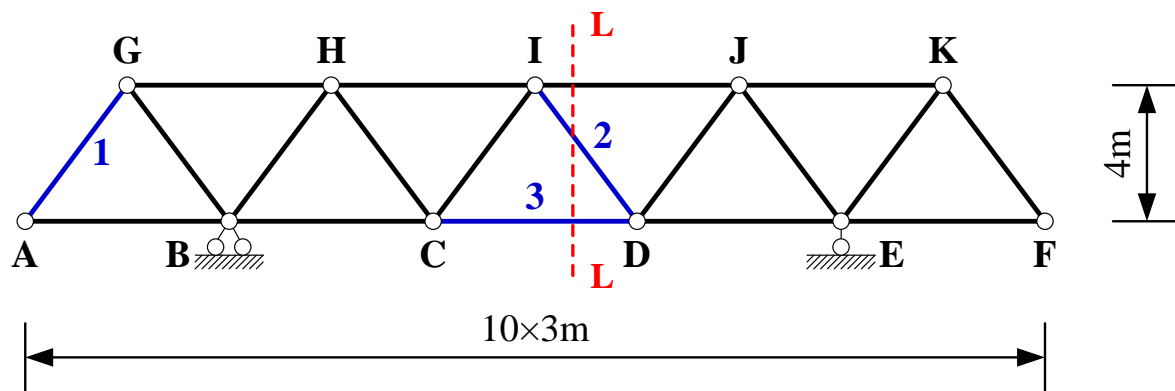


上承

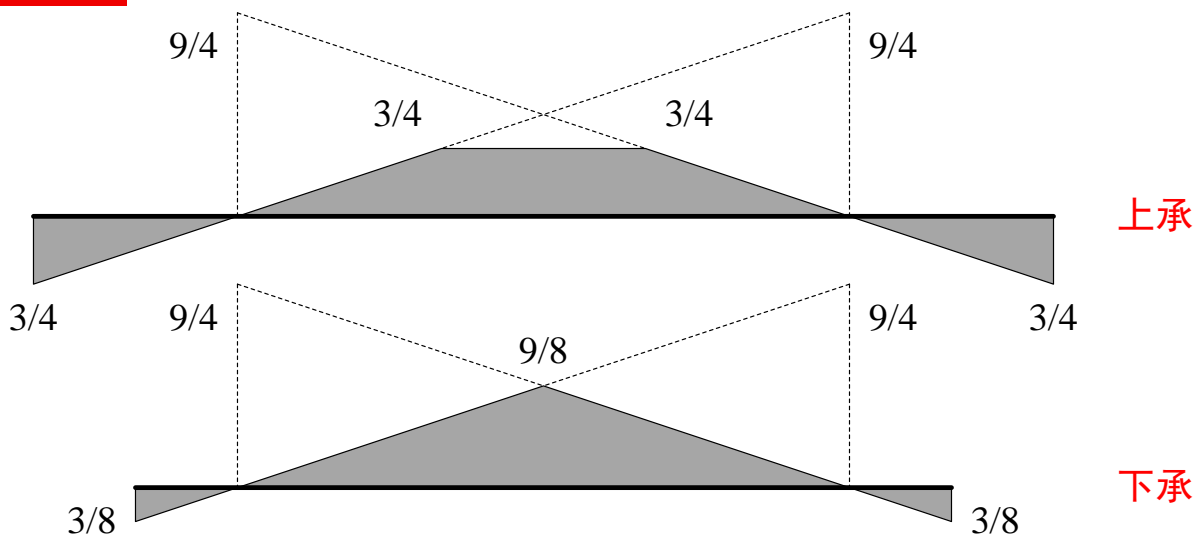
下承

## 4.2 静力法作影响线

## 静定桁架的影响线



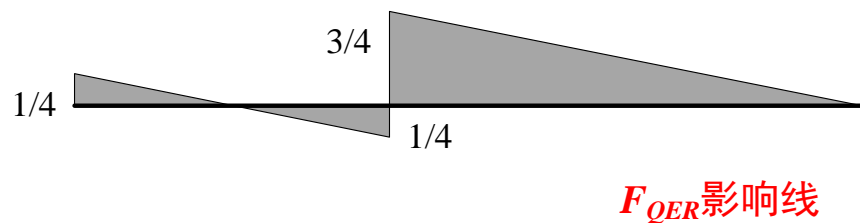
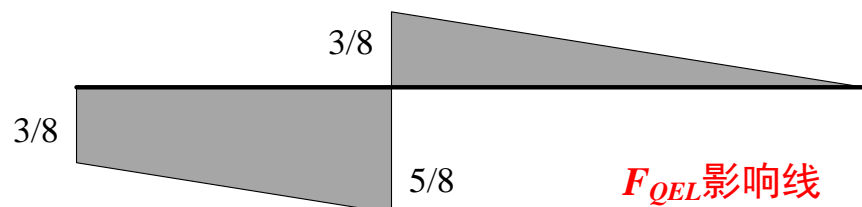
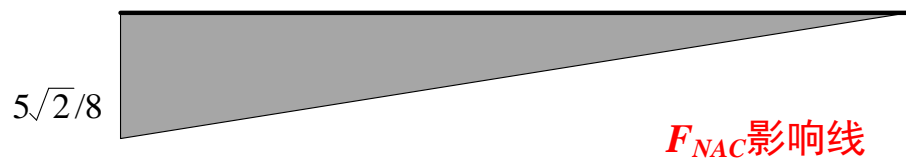
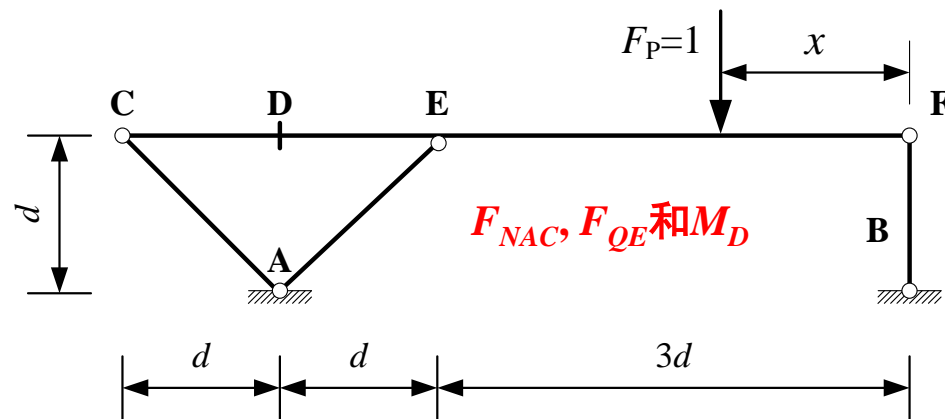
## $N_3$ 影响线





# 4.2 静力法作影响线

## 组合结构的影响线



• 取F点为坐标原点，坐标x向左为正

• 计算支座A和B的反力

$$F_{yA} = \frac{x}{4d} \quad F_{yB} = 1 - \frac{x}{4d}$$

• 计算AC杆轴力

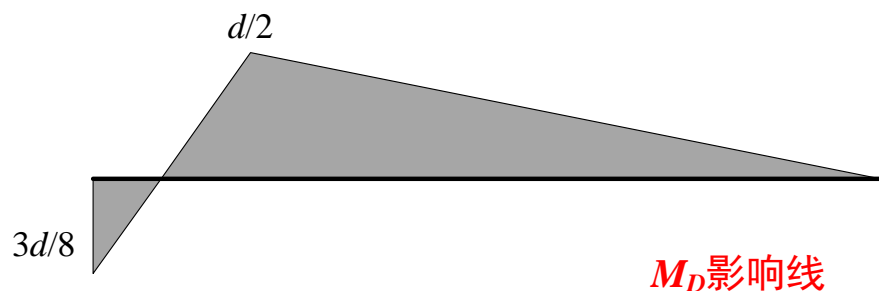
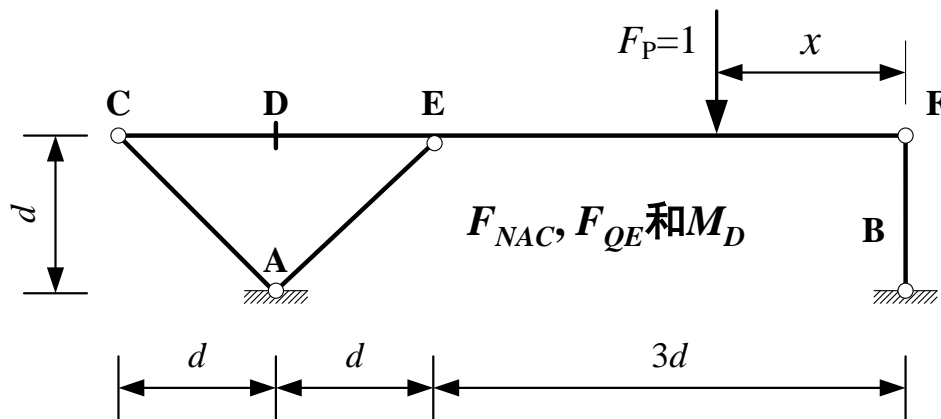
$$F_{NAC} = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{yA} = -\frac{\sqrt{2}x}{8d}$$

$$F_{QE}^L = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} = \frac{x}{8d} & 0 \leq x \leq 3d \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} - 1 = \frac{x}{8d} - 1 & 3d \leq x \leq 5d \end{cases}$$

$$F_{QE}^R = \begin{cases} F_{yA} = \frac{x}{4d} & 0 \leq x \leq 3d \\ -F_{yB} = \frac{x}{4d} - 1 & 3d \leq x \leq 5d \end{cases}$$

# 4.2 静力法作影响线

## 组合结构的影响线



- 取 $F$ 点为坐标原点，坐标 $x$ 向左为正
- 计算支座A和B的反力

$$F_{yA} = \frac{x}{4d} \quad F_{yB} = 1 - \frac{x}{4d}$$

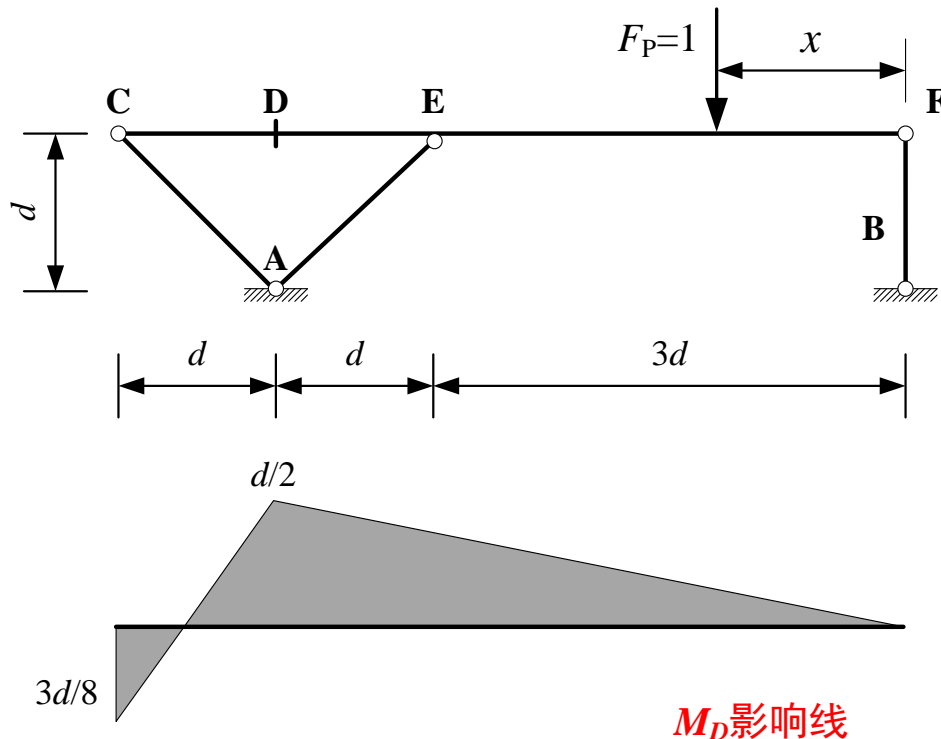
- 计算AC杆轴力

$$F_{NAC} = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{yA} = -\frac{\sqrt{2}x}{8d}$$

$$M_D = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} d = \frac{x}{8d} & 0 \leq x \leq 4d \\ F_{yB} \times 4d - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} d = 4d - \frac{7x}{8d} & 4d \leq x \leq 5d \end{cases}$$

# 4.2 静力法作影响线

## 组合结构的影响线



- 取F点为坐标原点，坐标x向左为正
- 计算支座A和B的反力

$$F_{yA} = \frac{x}{4d} \quad F_{yB} = 1 - \frac{x}{4d}$$

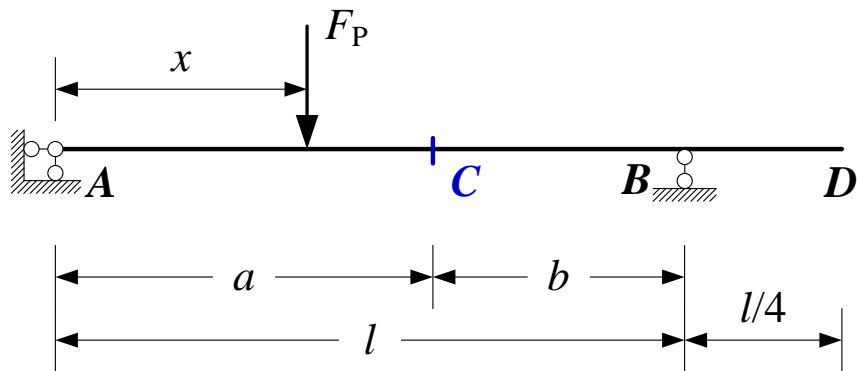
- 计算AC杆轴力

$$F_{NAC} = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{yA} = -\frac{\sqrt{2}x}{8d}$$

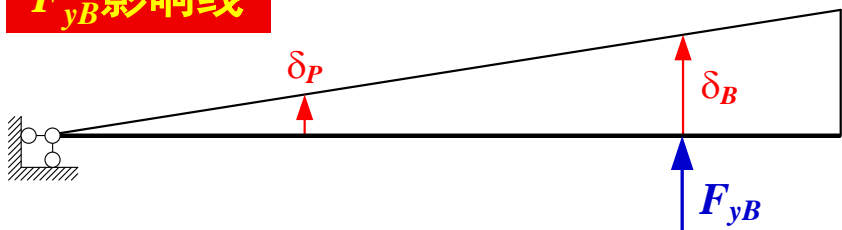
$$M_D = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} d = \frac{x}{8d} & 0 \leq x \leq 4d \\ F_{yB} \times 4d - \frac{\sqrt{2}}{2} F_{NAC} d = 4d - \frac{7x}{8d} & 4d \leq x \leq 5d \end{cases}$$

## 4.3 机动法作影响线

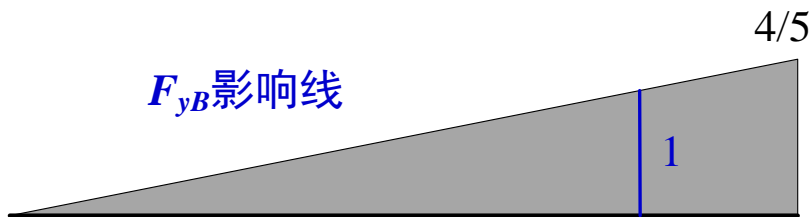
**机动法** - 利用刚体系的虚功原理，将绘制静定结构内力和反力影响线的静力问题转化为求作位移图的几何学问题。



$F_{yB}$  影响线



$F_{yB}$  影响线



使机构顺着  $F_{yB}$  的正方向发生虚位移，并以  $\delta_B$  和  $\delta_P$  分别表示结点  $B$  处和移动荷载  $F_P=1$  作用点处的虚位移。 $\delta_B$  和  $\delta_P$  与取与所求量值  $F_{yB}$  方向一致为正。

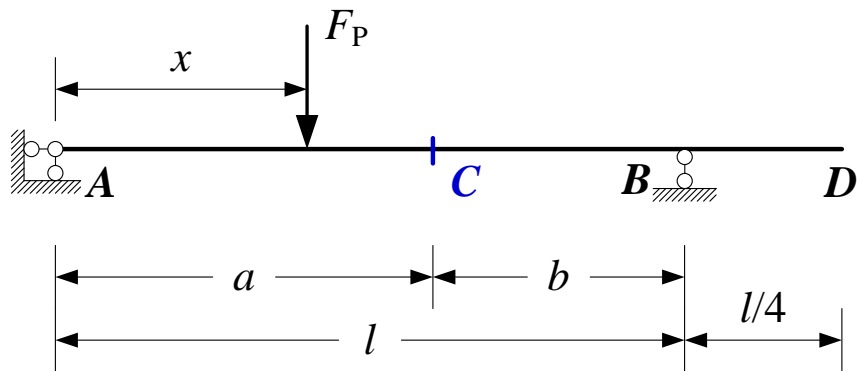
虚功方程

$$F_{yB} \times \delta_B = 1 \times \delta_P \Rightarrow F_{yB} = \frac{\delta_P}{\delta_B} \Rightarrow F_{yB} = \delta_P$$

$\delta_P$  是移动荷载  $F_P=1$  所对应的位移，由于单位力可以在整个梁上移动，虚位移图上的任意点都可称为  $\delta_P$ ，因此  $\delta_B=1$  对应的虚位移图就是  $F_{yB}$  的影响线。

# 4.3 机动法作影响线

**机动法** - 利用刚体系的虚功原理，将绘制静定结构内力和反力影响线的静力问题转化为求作位移图的几何学问题。

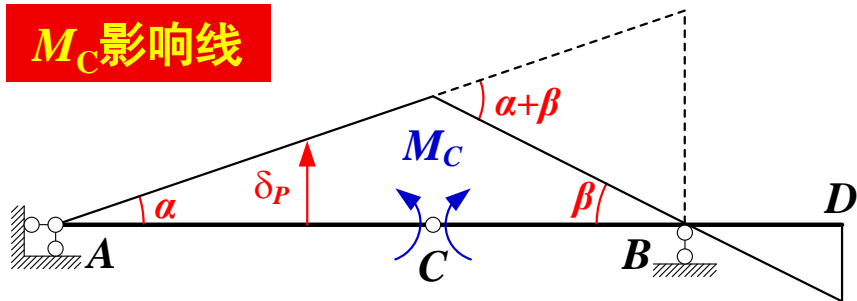


虚功方程

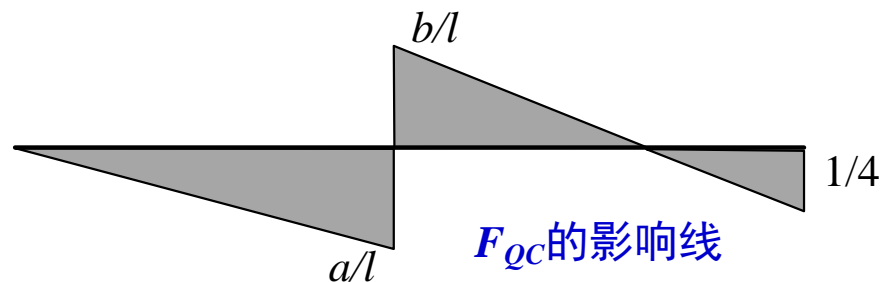
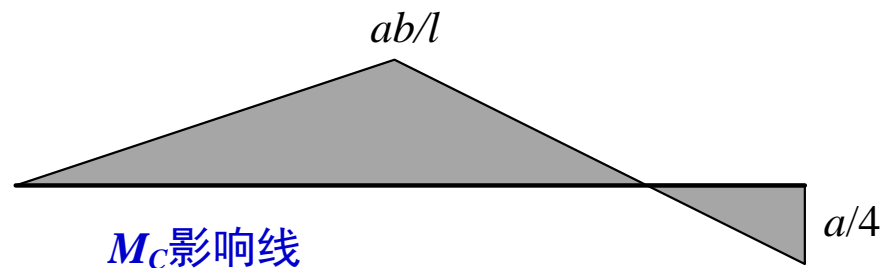
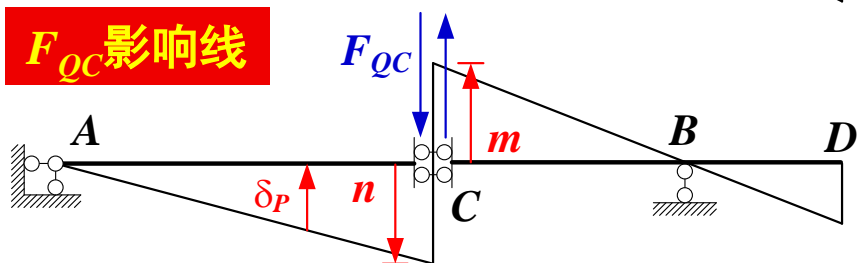
$$M_C \times (\alpha + \beta) = 1 \times \delta_P \Rightarrow M_C = \frac{\delta_P}{\alpha + \beta}$$

$$F_{QC} \times (m + n) = 1 \times \delta_P \Rightarrow F_{QC} = \frac{\delta_P}{m + n}$$

**$M_C$ 影响线**



**$F_{QC}$ 影响线**



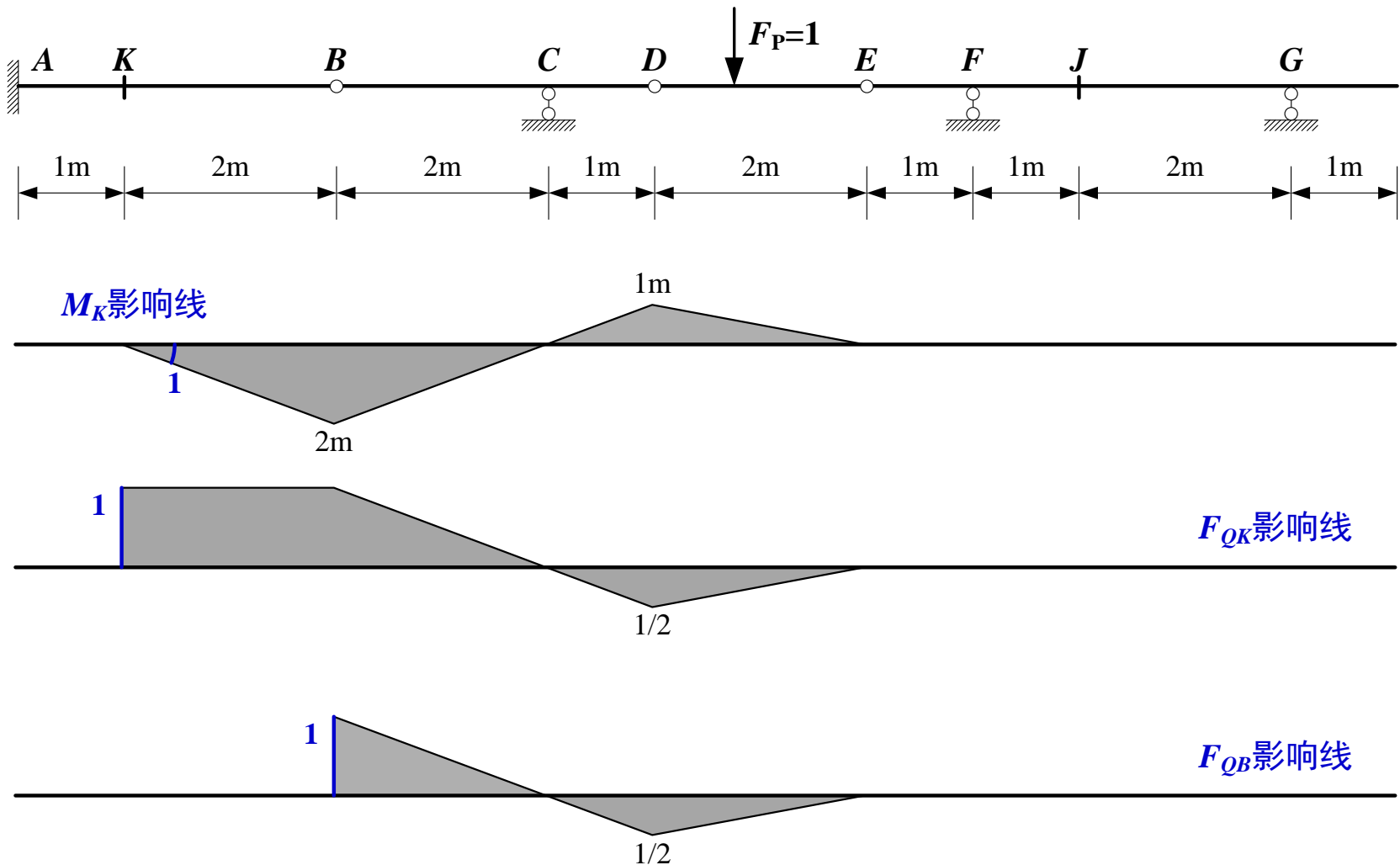
## 4.3 机动法作影响线

机动法的具体步骤：首先，撤除与所求内力或反力 $S$ 相应的约束，并代以原内力或反力 $S$ 。此时原结构变为具有一个自由度的机构，并且仍处于平衡状态。然后，使该机构顺着 $S$ 的正方向发生单位虚位移，在此过程中只有 $S$ 和单位移动荷载作虚功，单位移动荷载所作的虚功等于其作用点沿 $F_P=1$ 方向的位移值 $\delta_P$ ；而 $S$ 所作的虚功就等于 $S$ 本身。于是，由虚功方程可知 $S$ 的影响线就是 $\delta_P$ ，即相应机构中承载杆（移动荷载 $F_P=1$ 所作用的杆）沿 $F_P=1$ 方向所形成的虚位移图。

求何撤何代以何 沿何吹气位移壹

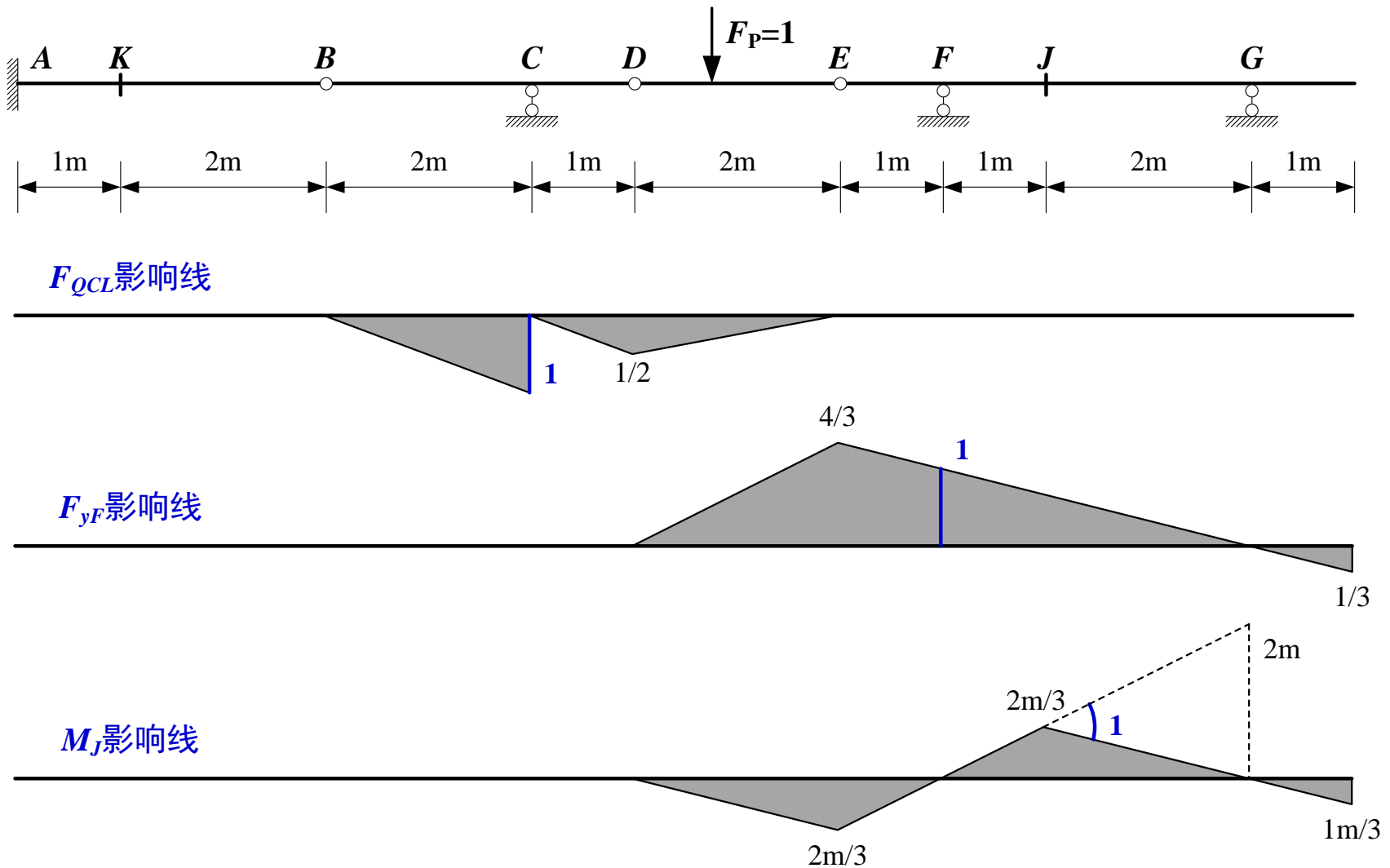
## 4.3 机动法作影响线

例4-1：试用机动法绘制多跨静定梁 $M_K$ ,  $F_{QK}$ ,  $F_{QB}$ ,  $F_{QCL}$ ,  $F_{yF}$ 和 $M_J$ 的影响线



## 4.3 机动法作影响线

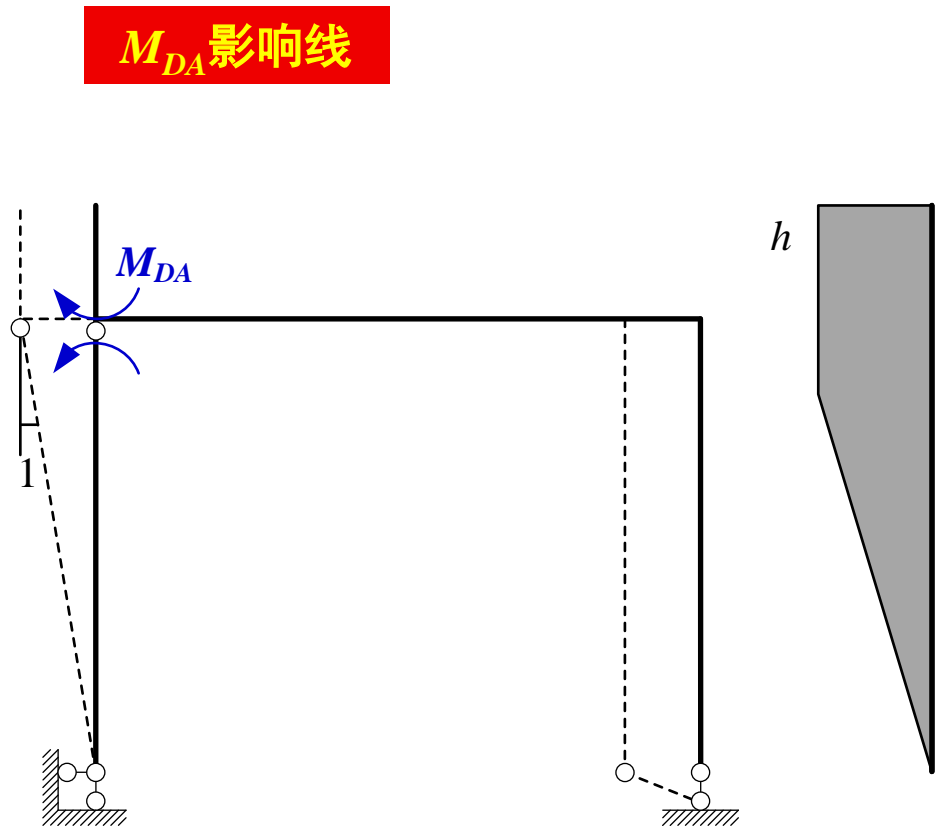
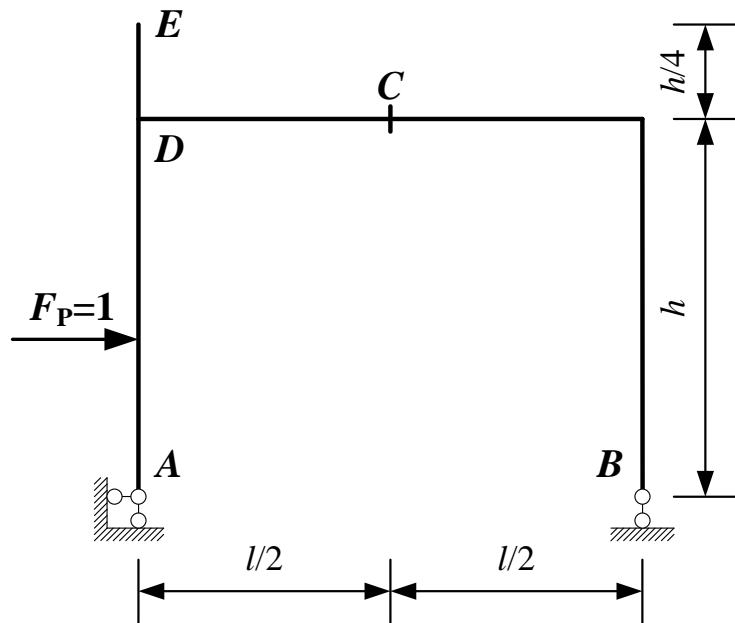
例4-1：试用机动法绘制多跨静定梁 $M_K$ ,  $F_{QK}$ ,  $F_{QB}$ ,  $F_{QCL}$ ,  $F_{yF}$ 和 $M_J$ 的影响线





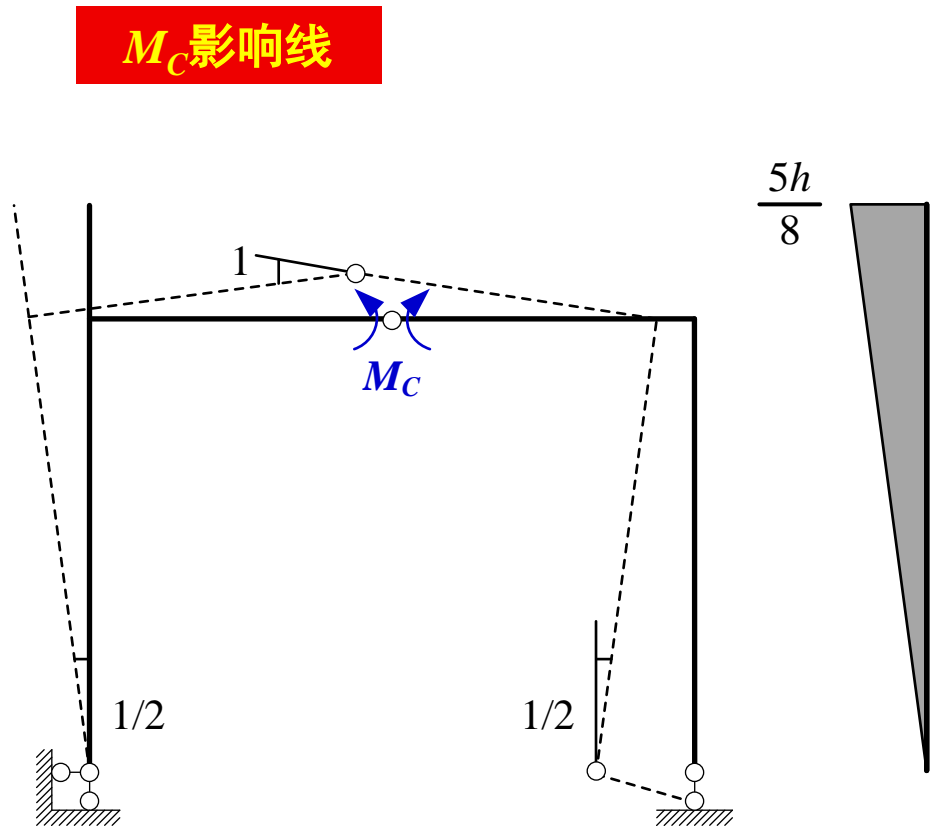
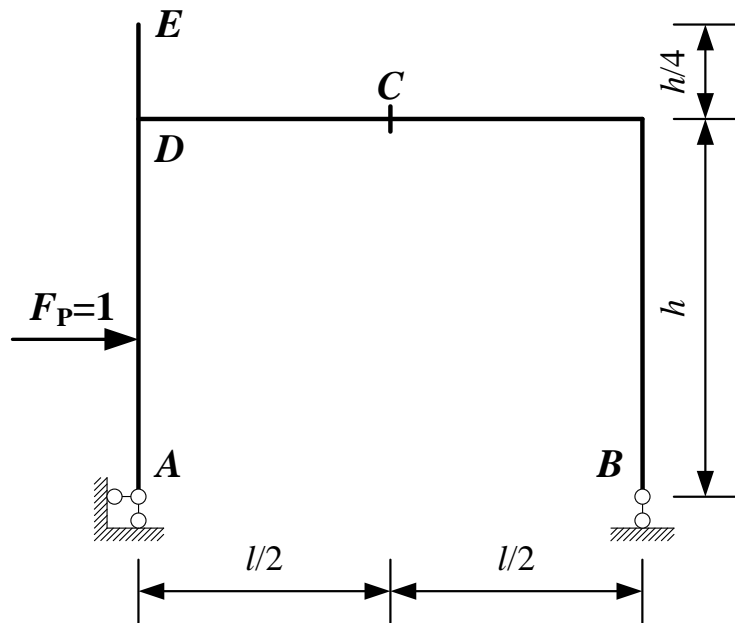
## 4.3 机动法作影响线

例4-2：试绘制图示刚架在 $AE$ 杆上作用移动水平荷载时 $M_{DA}$ ,  $M_C$ 和 $F_{QC}$ 的影响线



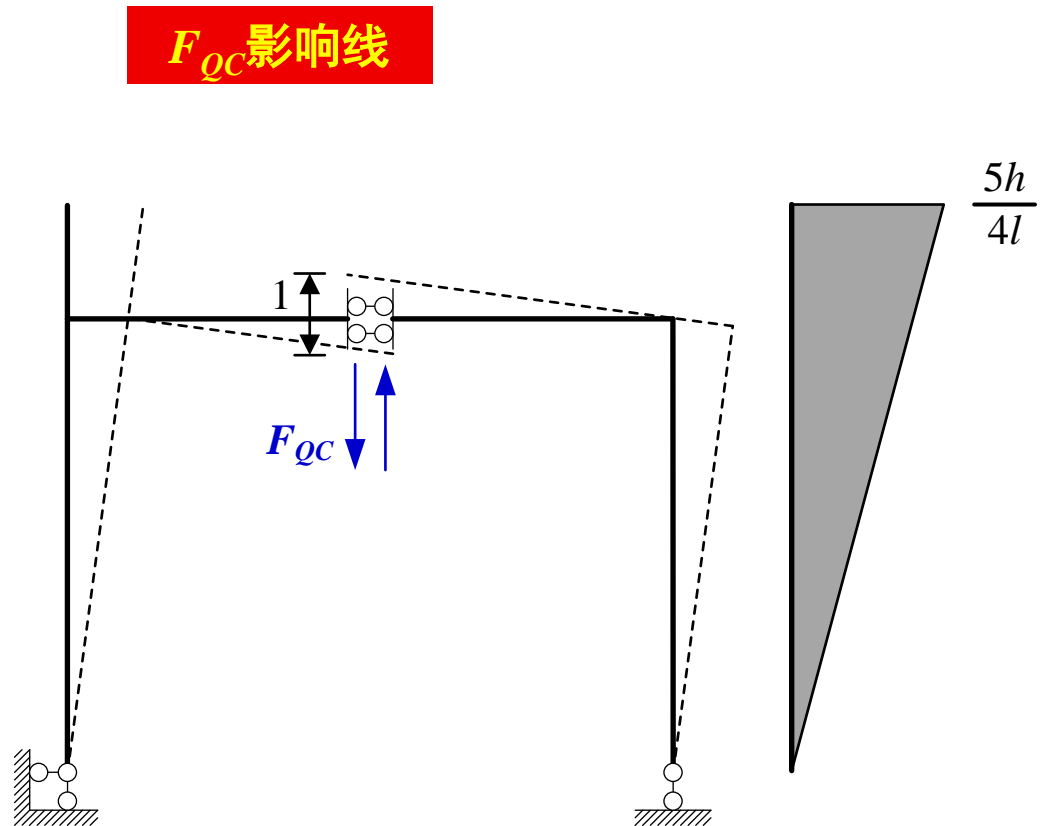
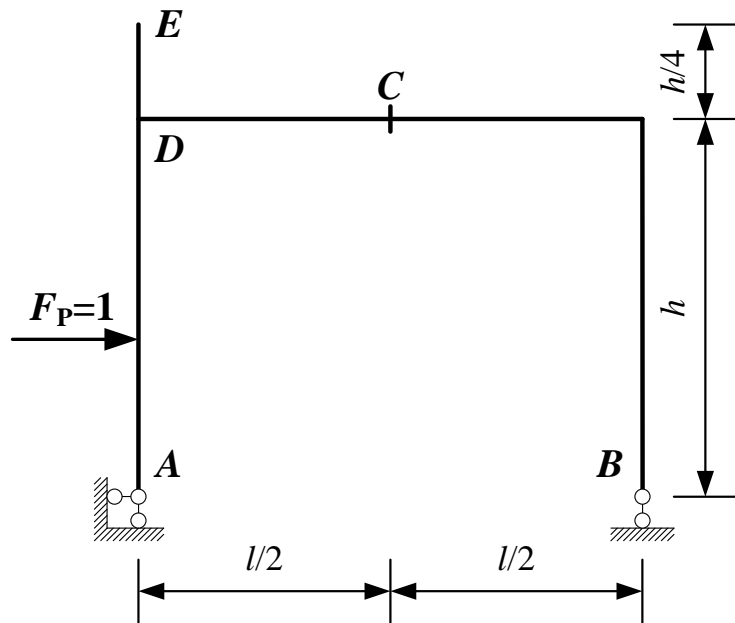
## 4.3 机动法作影响线

例4-2：试绘制图示刚架在 $AE$ 杆上作用移动水平荷载时 $M_{DA}$ ,  $M_C$ 和 $F_{QC}$ 的影响线



## 4.3 机动法作影响线

例4-2：试绘制图示刚架在 $AE$ 杆上作用移动水平荷载时 $M_{DA}$ ,  $M_C$ 和 $F_{QC}$ 的影响线

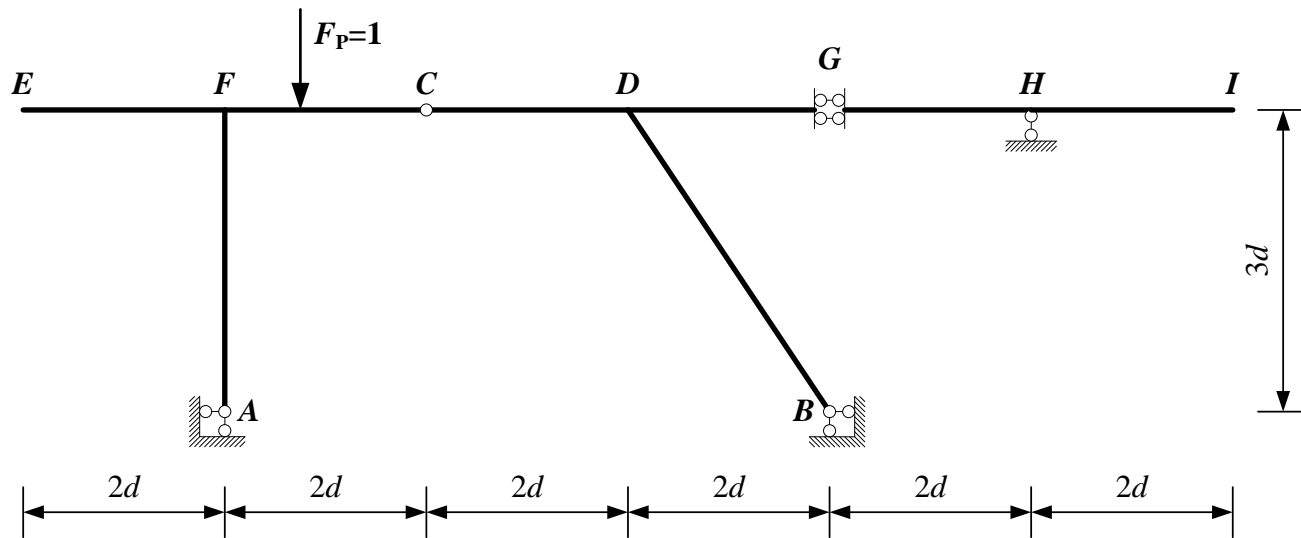


## 4.4 联合法作影响线

**联合法**是指将**机动法**和**静力法**联合运用的一种方法。对于比较复杂的静定结构来说，在用静力法绘制影响线时涉及的影响线方程较多，而且每一个方程各有其适用的起止范围，影响线的整体图形往往不能迅速形成，绘制过程也比较费时；若用机动法绘制，虽然影响线的整体图形能够由机构虚位移图迅速得到，但当机构在几何特征上比较复杂时，影响线的竖标常不易求得。联合法就是结合上述两种方法的优点来解决影响线绘制问题：即先运用机动法迅速确定所求量值影响线的图形特征，再运用静力法确定图形上控制点的竖标，从而顺利完成复杂静定结构影响线的绘制。

# 4.4 联合法作影响线

例4-1：试绘制图示结构A支座水平反力 $F_{xA}$ 和 $M_{DC}$ 的影响线



$F_{xA}$  影响线

静力法

EC, CG和GI是斜直线  
 $CG \parallel GI$

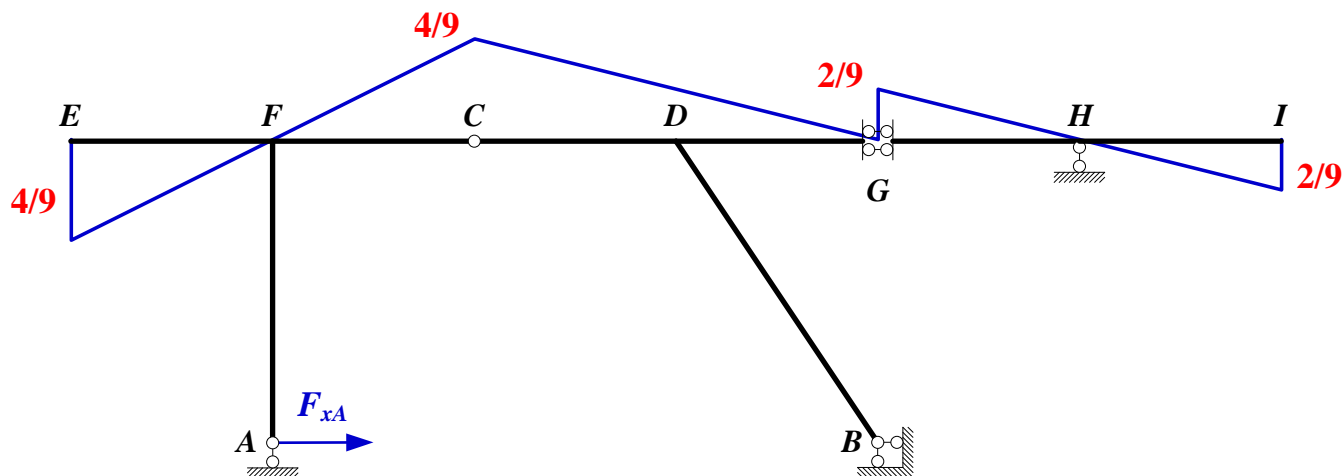
机动法

$F_P=1 \rightarrow F$ 点时:  $F_{xA} = 0$

$F_P=1 \rightarrow H$ 点时:  $F_{xA} = 0$

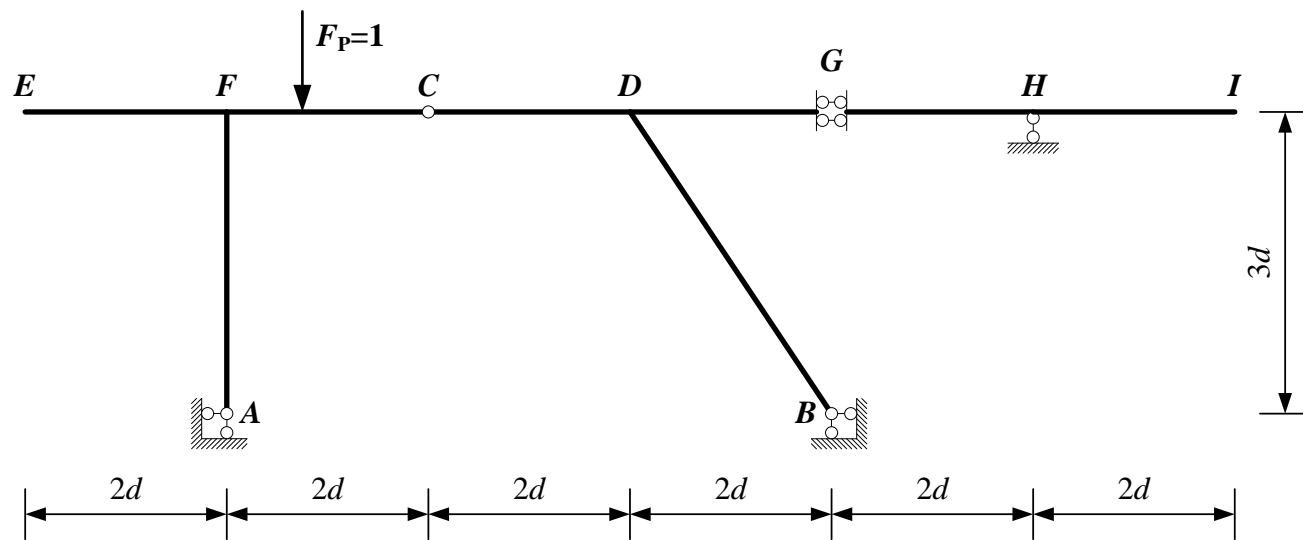
$F_P=1 \rightarrow C$ 点时:  $F_{xA} = 4/9$

$F_P=1 \rightarrow G^L$ 点时:  $F_{xA} = 0$



## 4.4 联合法作影响线

例4-1：试绘制图示结构A支座水平反力 $F_{xA}$ 和 $M_{DC}$ 的影响线



**$M_{DC}$ 影响线**

静力法

EC, CD, DG和GH  
是斜直线  
 $DG \parallel GI$

机动法

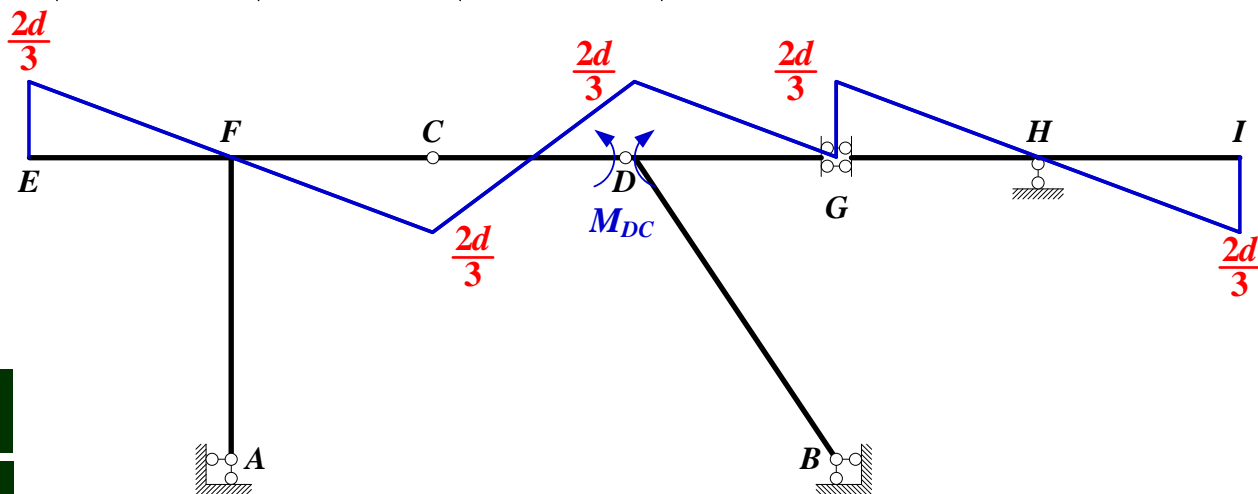
$F_P=1 \rightarrow F$ 点时:  $M_{DC} = 0$

$F_P=1 \rightarrow H$ 点时:  $M_{DC} = 0$

$F_P=1 \rightarrow G^L$ 点时:  $M_{DC} = 0$

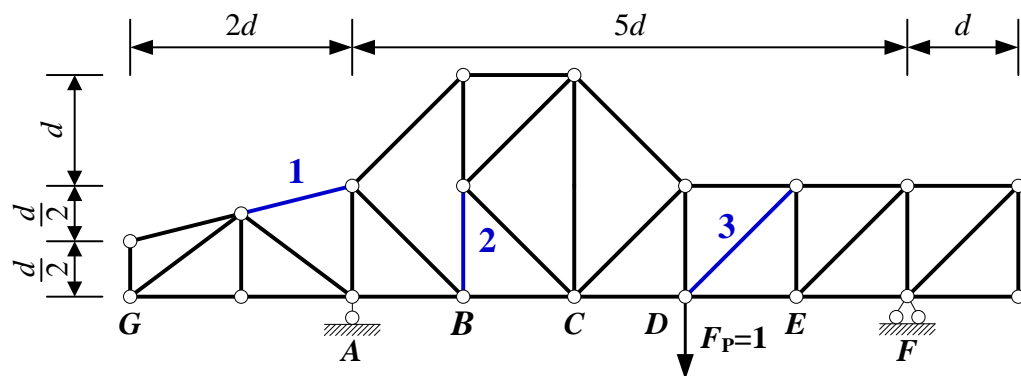
$F_P=1 \rightarrow C$ 点时:  $M_{DC} = -2d/3$

$F_P=1 \rightarrow D$ 点时:  $M_{DC} = 2d/3$



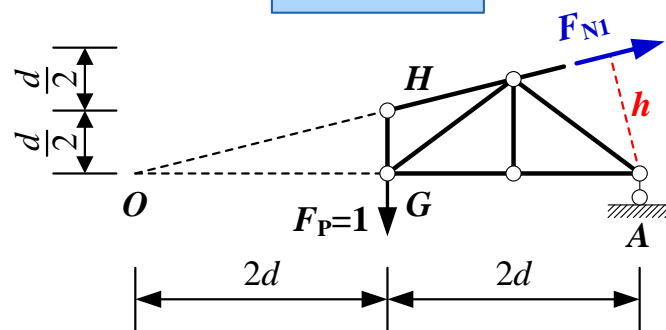
# 4.4 联合法作影响线

例4-1：试绘制图示桁架中杆1, 2, 3的轴力 $F_{N1}$ ， $F_{N2}$ 和 $F_{N3}$ 的影响线

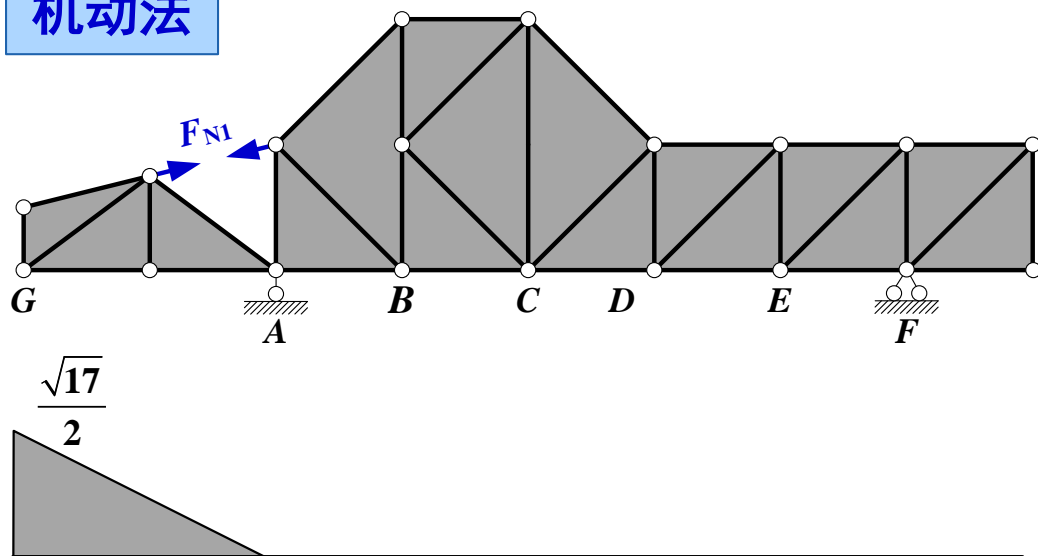


$F_{N1}$ 影响线

静力法



机动法



- 根据几何关系计算 $F_{N1}$ 的力臂 $h$

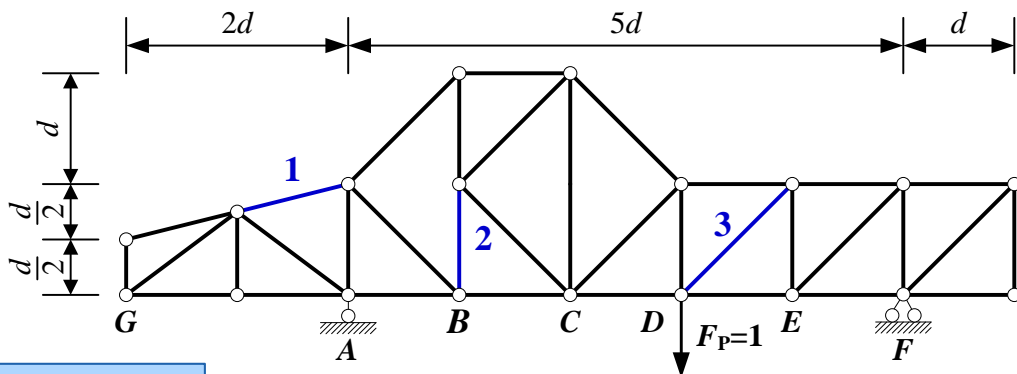
$$h = OA \cdot \frac{GH}{OH} = 4d \frac{d/2}{\sqrt{17}d/4} = \frac{4d}{\sqrt{17}}$$

- 根据隔离体平衡条件计算 $F_{N1}$

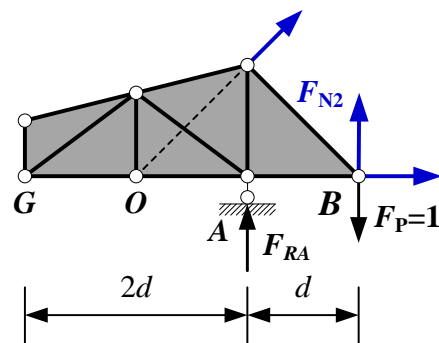
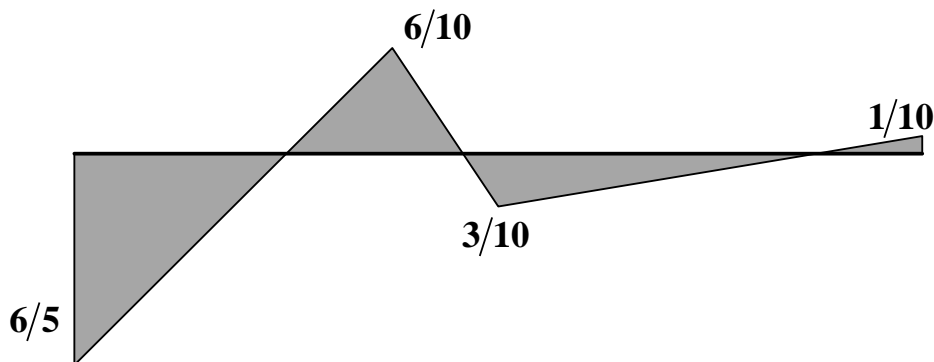
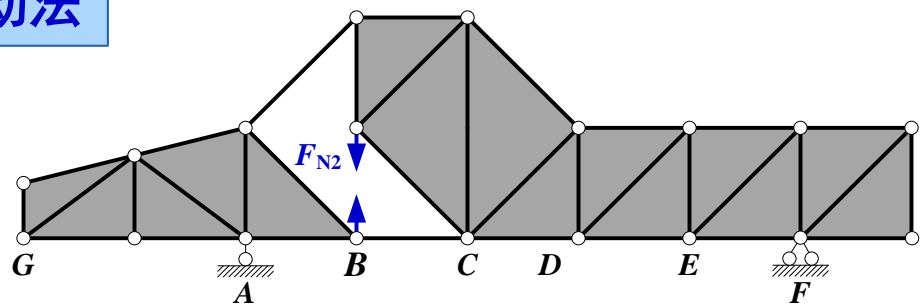
$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\Rightarrow F_{N1} \times \frac{4}{\sqrt{17}}d = 1 \times 2d \\ \Rightarrow F_{N1} &= \frac{\sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

# 4.4 联合法作影响线

例4-1：试绘制图示桁架中杆1, 2, 3的轴力 $F_{N1}$ ， $F_{N2}$ 和 $F_{N3}$ 的影响线



机动法

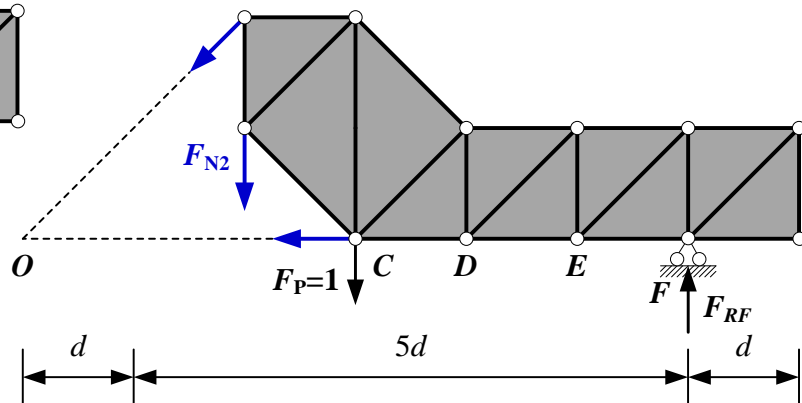


$F_{N2}$ 影响线

静力法

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RA} \times d + F_{N2} \times 2d = 1 \times 2d$$

$$\Rightarrow F_{N2} = 6/5$$



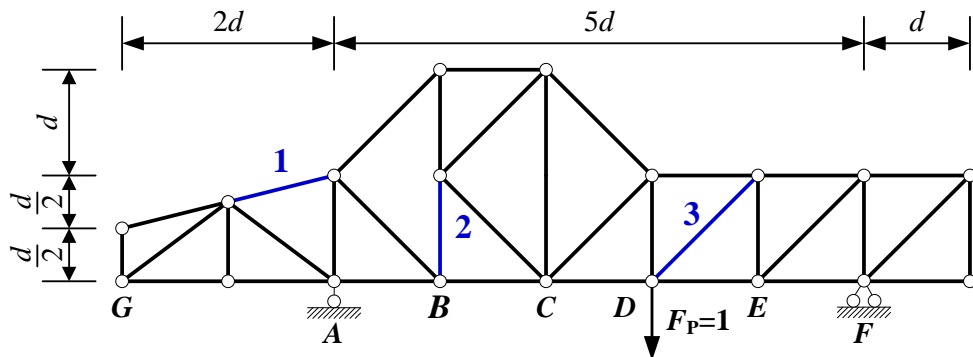
$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RF} \times 6d = F_{N2} \times 2d + 1 \times 3d$$

$$\Rightarrow F_{N2} = -3/10$$

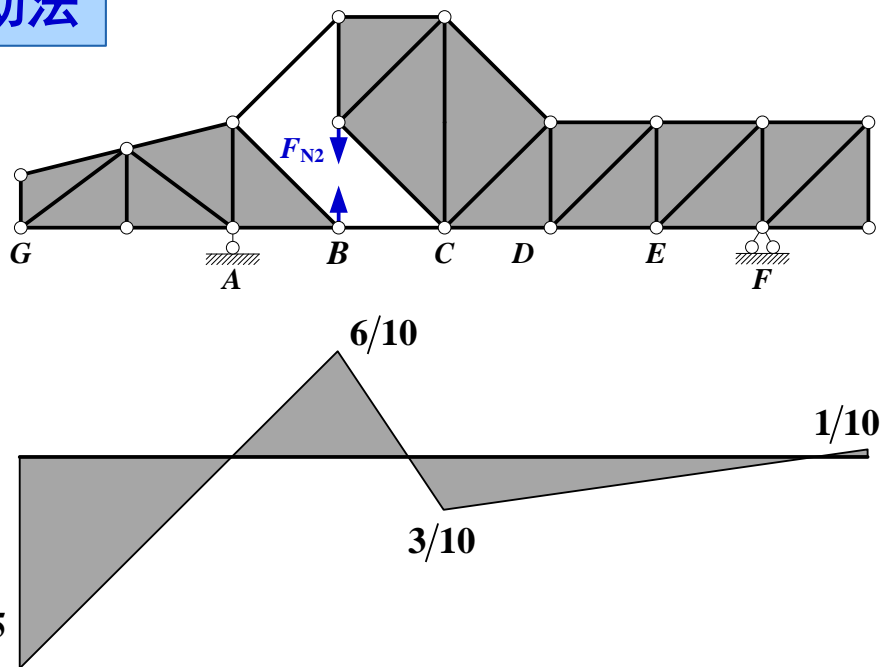


# 4.4 联合法作影响线

例4-1：试绘制图示桁架中杆1, 2, 3的轴力 $F_{N1}$ ， $F_{N2}$ 和 $F_{N3}$ 的影响线

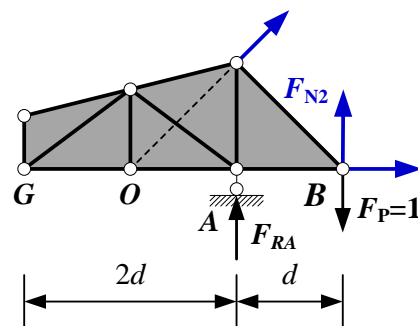


机动法



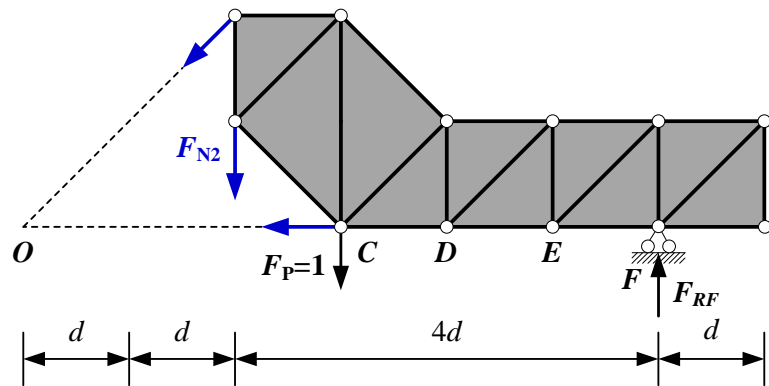
$F_{N3}$ 影响线

静力法



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RA} \times d + F_{N2} \times 2d = 1 \times 2d$$

$$\Rightarrow F_{N2} = 6/5$$

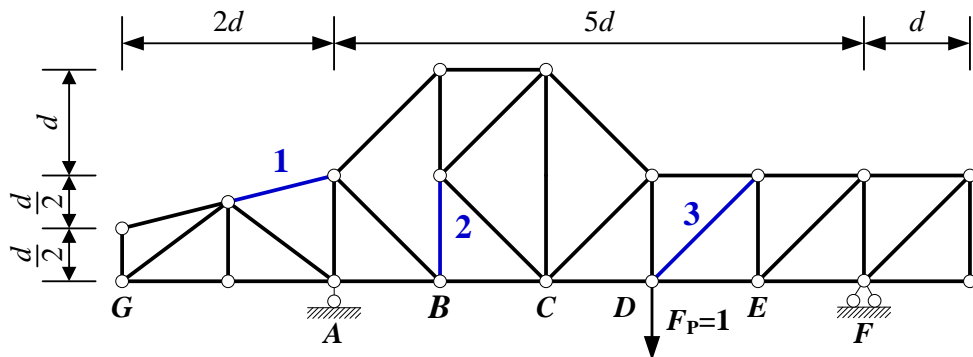


$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RF} \times 6d = F_{N2} \times 2d + 1 \times 3d$$

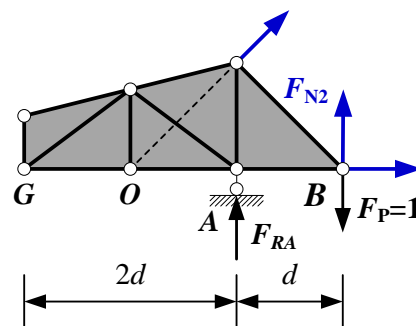
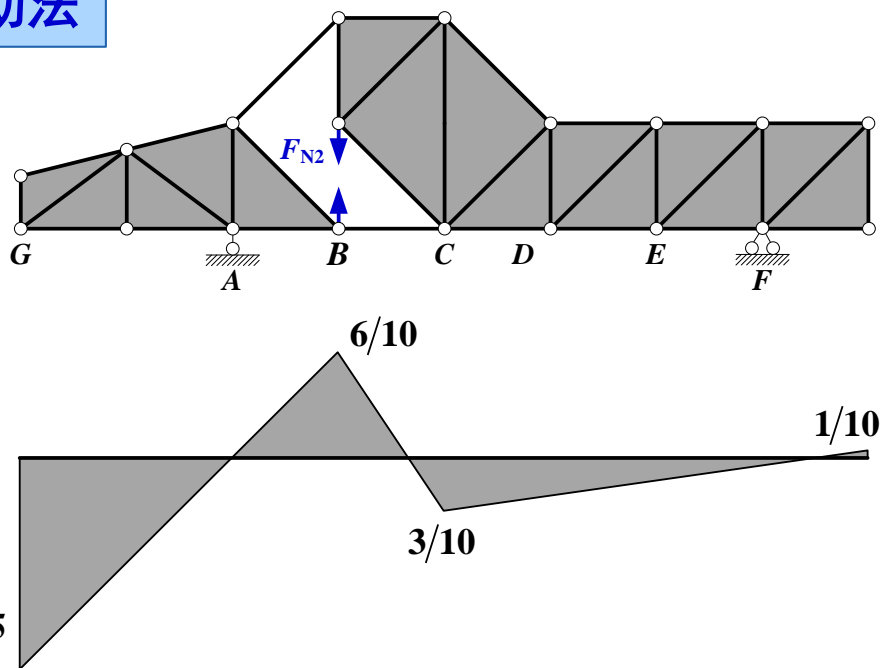
$$\Rightarrow F_{N2} = -3/10$$

# 4.5 三铰拱的影响线

例4-1：试绘制图示桁架中杆1, 2, 3的轴力 $F_{N1}$ ， $F_{N2}$ 和 $F_{N3}$ 的影响线



机动法

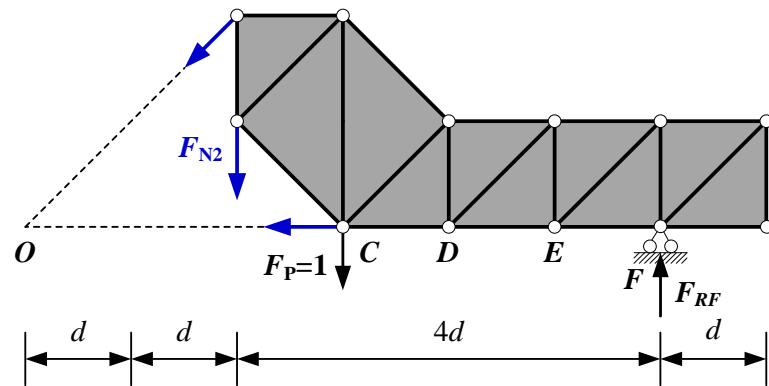


$F_{N3}$ 影响线

静力法

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RA} \times d + F_{N2} \times 2d = 1 \times 2d$$

$$\Rightarrow F_{N2} = 6/10$$



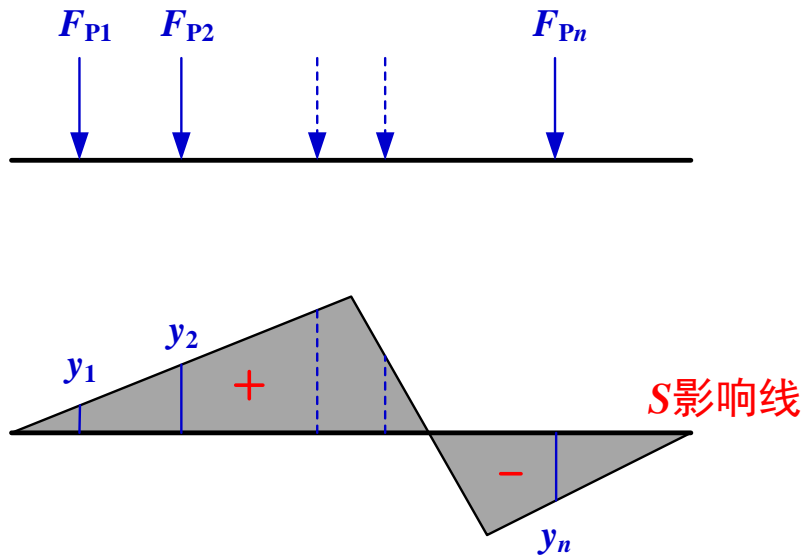
$$\sum M_O = 0 \Rightarrow F_{RF} \times 6d = F_{N2} \times 2d + 1 \times 3d$$

$$\Rightarrow F_{N2} = -3/10$$

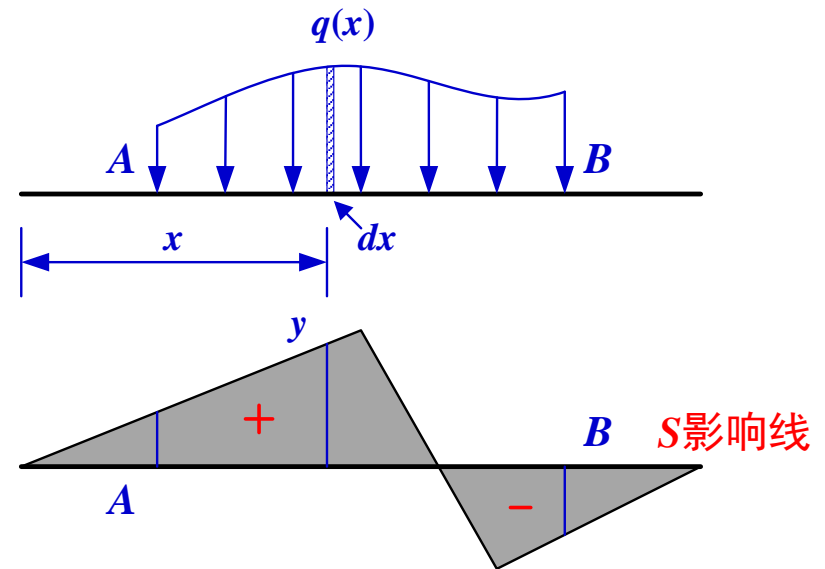
## 4.6 影响线的应用

影响线是用于活载作用下结构分析的基本工具。应用影响线可以确定某一量值随荷载作用位置移动变化规律，均布荷载的最不利分布或移动荷载组的最不利位置以及结构各截面上内力变化的幅度范围。

### • 影响量的计算



$$S = \sum_{i=1}^n F_{Pi} y_i$$



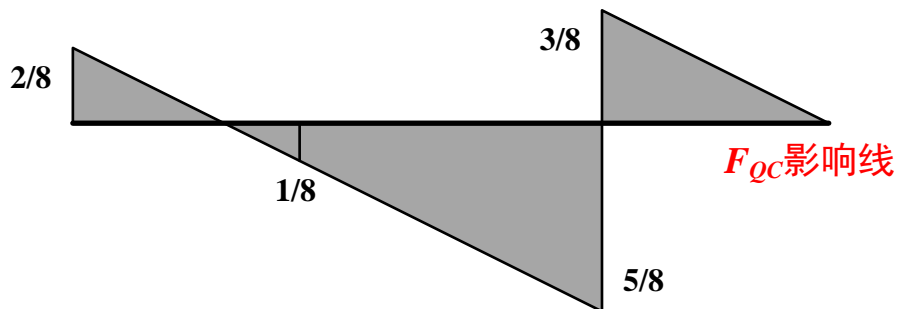
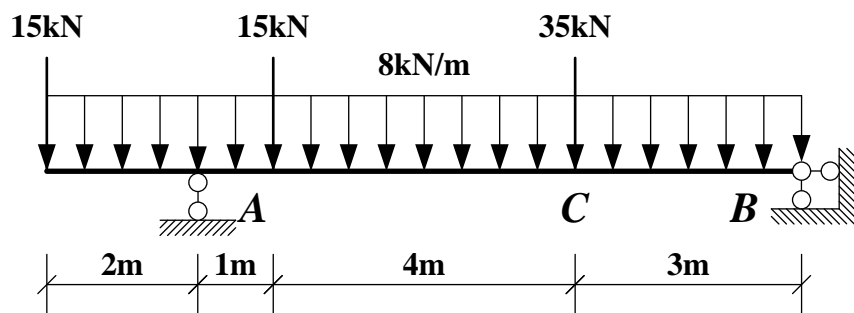
$$S = \int_A^B q(x) y dx$$

## 4.6 影响线的应用

影响线是用于活载作用下结构分析的基本工具。应用影响线可以确定某一量值随荷载作用位置移动变化规律，均布荷载的最不利分布或移动荷载组的最不利位置以及结构各截面上内力变化的幅度范围。

### • 影响量的计算

例：试利用影响线求图示伸臂梁截面C处的剪力



$$F_{QC}^L = \left( 15 \times \frac{2}{8} - 15 \times \frac{1}{8} + 35 \times \frac{3}{8} \right) + 8 \times \left( \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{8} - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{8} \right) = 15 - 6 = 9 \text{ kN}$$

$$F_{QC}^R = \left( 15 \times \frac{2}{8} - 15 \times \frac{1}{8} - 35 \times \frac{5}{8} \right) + 8 \times \left( \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{8} - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{8} \right) = -20 - 6 = -26 \text{ kN}$$

# 4.6 影响线的应用

## • 确定最不利荷载布置

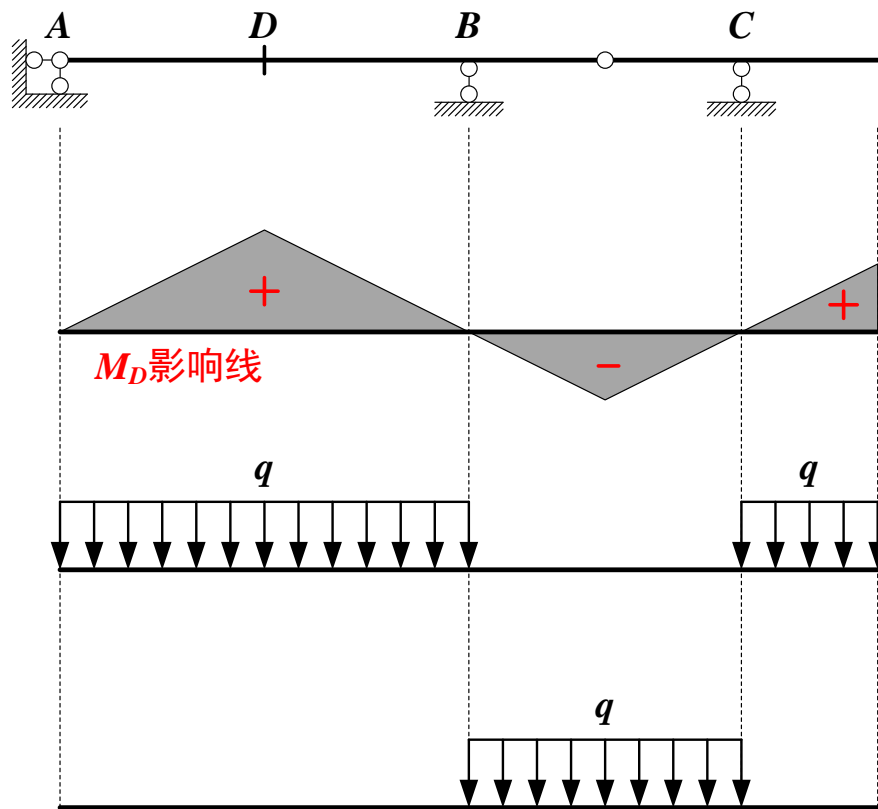
### 移动均布荷载

### 移动集中荷载

在工程设计中，一般将楼面活荷载简化为任意间断布置的均布荷载来考虑。此时使某一量值 $S$ 达到最大值的最不利活载分布可利用相应的影响线来确定。根据下式可知：

$$S = q \int_A^B y dx = qA_0$$

当均布移动荷载满布相应的影响线的正号区时， $S$ 即取得最大值；反之，当均布活荷载满布相应影响线的负号区时， $S$ 取得最大负值。



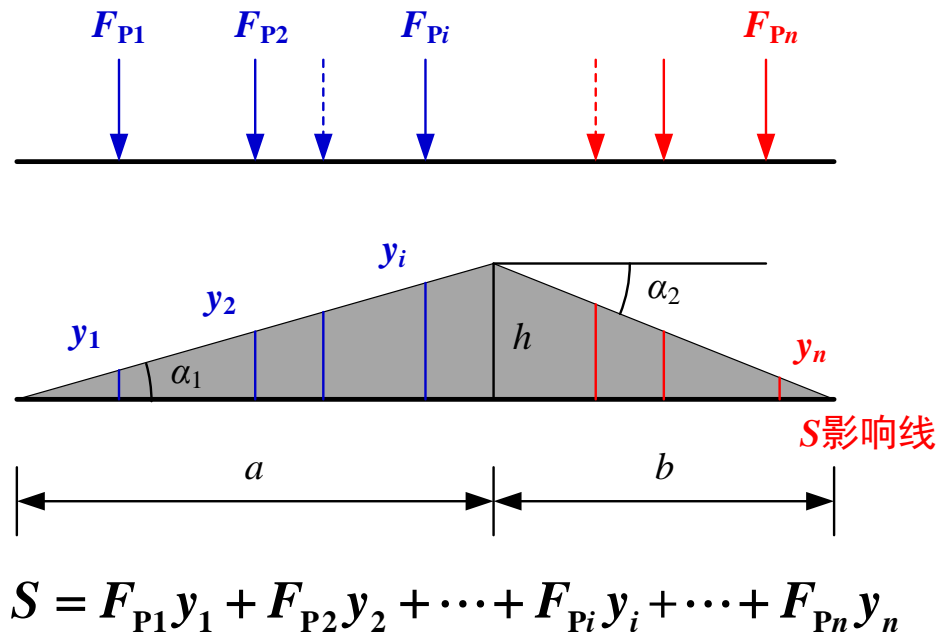
确定了移动均布荷载的最不利布置后便可求得相应的最不利值

# 4.6 影响线的应用

## • 确定最不利荷载布置

### 移动集中荷载

借助于某一量值 $S$ 达的影响线，可直接确定单个集中荷载使 $S$ 达到最大正值或最大负值时的作用位置，只需将该集中荷载置于影响线正、负竖标位置最大之处即可。但对于移动集中荷载组作用的情况，则需要先分析什么样的荷载作用位置可能使量值 $S$ 取得极值，然后再从这些位置中确定最不利位置。



$$S + \Delta S = F_{P1}(y_1 + \Delta y_1) + F_{P2}(y_2 + \Delta y_2) + \dots + F_{Pi}(y_i + \Delta y_i) + \dots + F_{Pn}(y_n + \Delta y_n)$$

$$\Delta S = F_{P1}\Delta y_1 + F_{P2}\Delta y_2 + \dots + F_{Pi}\Delta y_i + \dots + F_{Pn}\Delta y_n$$

$$\Delta S = (F_{P1} + F_{P2} + \dots + F_{Pi}) \frac{h}{a} \Delta x - (F_{Pi+1} + \dots + F_{Pn}) \frac{h}{b} \Delta x$$

**结论：量值 $S$ 取得极值的必要条件是有一个集中荷载恰好作用于影响线的顶点。**

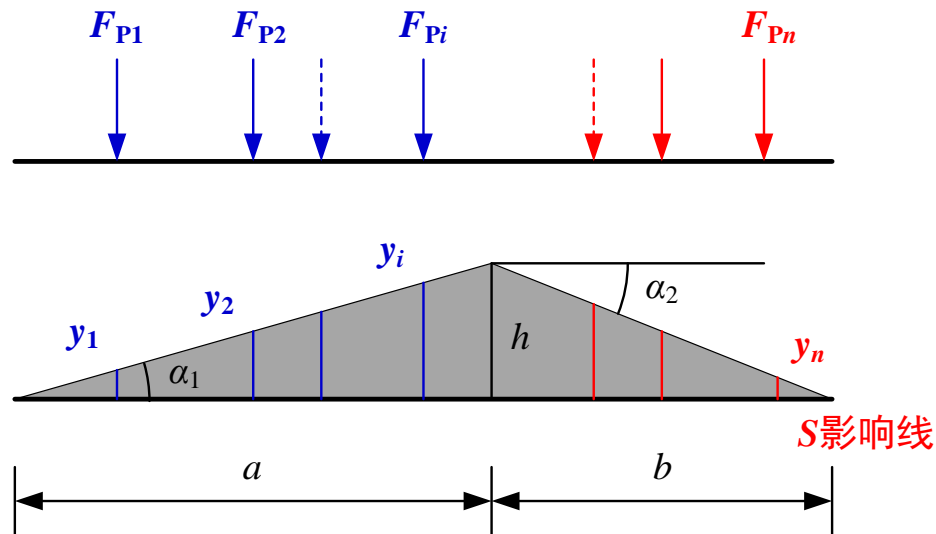
# 4.6 影响线的应用

## • 确定最不利荷载布置

### 移动集中荷载

如果在荷载移动过程中 $\Delta S$ 由正值转为负值，则 $S$ 取得一个极大值。假设 $S$ 取得极大值发生在某个集中荷载作用于影响线顶点时，则该集中荷载便称为量值 $S$ 得一个**临界荷载**，记为 $F_{Pcr}$ ；其对应的荷载位置为**临界位置**，若以 $\Sigma F_L$ 和 $\Sigma F_R$ 分别记 $F_{Pcr}$ 以左和以右的各荷载之和，则可得三角形影响线时使量值取得极大值的**临界荷载判别式**：

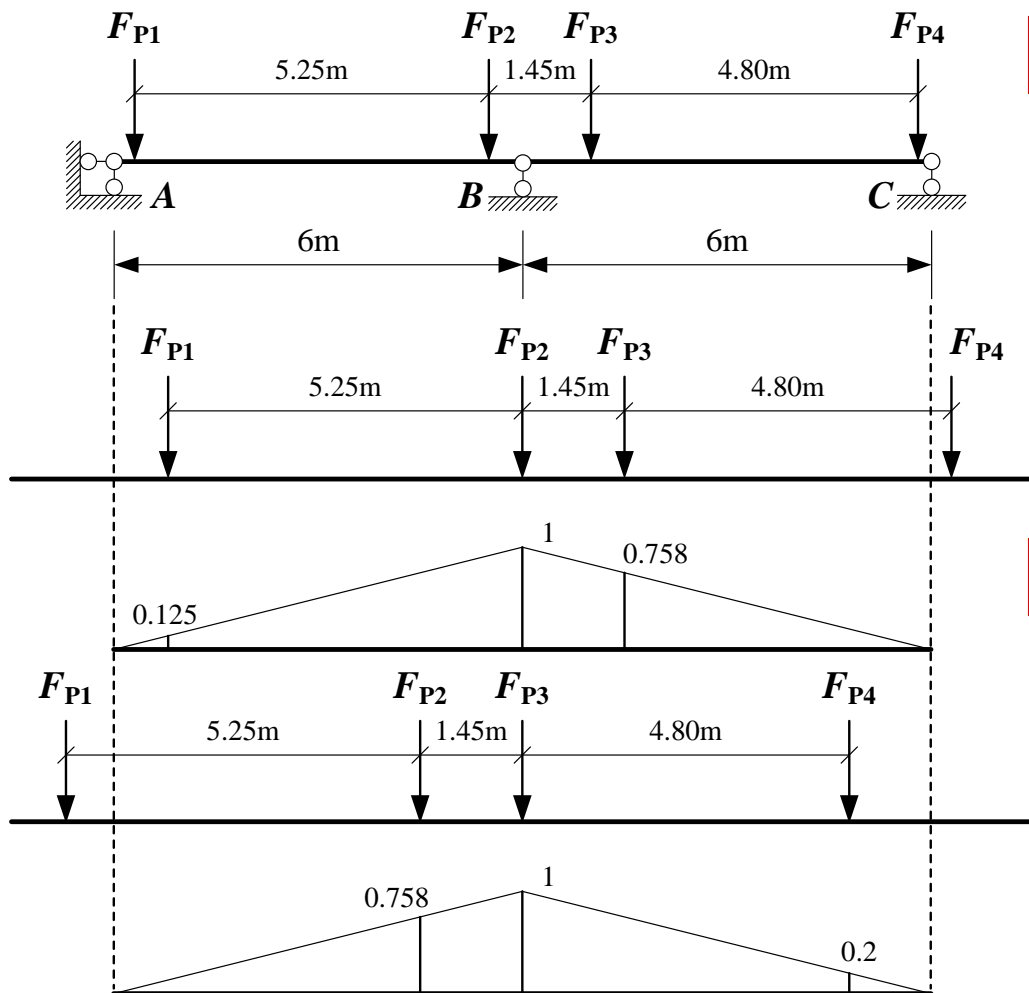
$$\frac{\sum F_L + F_{Pcr}}{a} > \frac{\sum F_R}{b}$$
$$\frac{\sum F_L}{a} < \frac{\sum F_R + F_{Pcr}}{b}$$



$$\Delta S = (F_{P1} + F_{P2} + \dots + F_{Pi}) \frac{h}{a} \Delta x$$
$$- (F_{Pi+1} + \dots + F_{Pn}) \frac{h}{b} \Delta x$$

# 4.6 影响线的应用

例：试求图示简支吊车梁在吊车垂直荷载作用下支座B的最大反力。其中第一台吊车轮压为 $F_{P1}=F_{P2}=426.6\text{kN}$ ；第二台吊车轮压为 $F_{P3}=F_{P4}=289.3\text{kN}$ 。



**$F_{P2}$ 作用于B点**

$$\frac{426.6\text{kN} + 426.6\text{kN}}{6\text{m}} > \frac{289.3\text{kN}}{6\text{m}}$$

$$\frac{426.6\text{kN}}{6\text{m}} < \frac{426.6\text{kN} + 289.3\text{kN}}{6\text{m}}$$

$$F_{yB}$$

$$= 426.6 \times 0.125 + 426.6 \times 1 + 289.3 \times 0.758$$

$$= 699.20\text{kN}$$

**$F_{P3}$ 作用于B点**

$$\frac{426.6\text{kN} + 289.3\text{kN}}{6\text{m}} > \frac{289.3\text{kN}}{6\text{m}}$$

$$\frac{426.6\text{kN}}{6\text{m}} < \frac{289.3\text{kN} + 289.3\text{kN}}{6\text{m}}$$

$$F_{yB}$$

$$= 426.6 \times 0.758 + 289.3 \times 1 + 289.3 \times 0.200$$

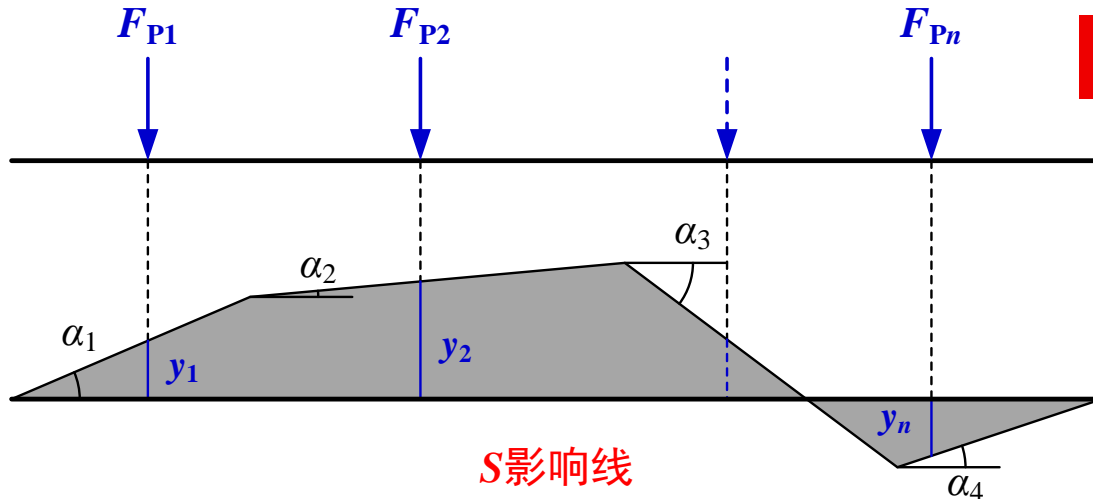
$$= 670.52\text{kN}$$



# 4.6 影响线的应用

## • 确定最不利荷载布置

移动集中荷载



移动均布荷载

移动均布荷载+移动集中荷载



$$\begin{aligned}\Delta S &= F_{P1}\Delta y_1 + F_{P2}\Delta y_2 + \cdots + F_{Pn}\Delta y_n = F_{P1}\Delta x \tan \alpha_1 + F_{P2}\Delta x \tan \alpha_2 + \cdots + F_{Pn}\Delta x \tan \alpha_n \\ &= \Delta x \sum_{i=1}^n F_{Pi} \tan \alpha_i\end{aligned}$$

S量值取得极大值的临界荷载判别式

$$\left. \begin{aligned}\sum F_{Pi} \tan \alpha_i &> 0 \\ \sum F_{Pi} \tan \alpha_i &< 0\end{aligned}\right\}$$

S量值取得极小值的临界荷载判别式

$$\left. \begin{aligned}\sum F_{Pi} \tan \alpha_i &< 0 \\ \sum F_{Pi} \tan \alpha_i &> 0\end{aligned}\right\}$$

# 4.7 简支梁内力包络图

**内力包络图**是指在移动荷载作用下结构杆件各截面的最大和最小（或最大负值）内力值按一定比例标在图上所连成的曲线，实际上是表达了各截面上内力变化的上下限。

