

# 大规模无线传感器网络快速定位算法

裴忠民<sup>1</sup>, 李贻斌<sup>1</sup>, 徐 硕<sup>2</sup>

(1. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061;

2. 中国科学技术信息研究所 信息技术支持中心, 北京 100038)

**摘要:** 针对大规模无线传感器网络 (WSN) 定位算法普遍存在时间复杂度过高的问题, 实现了 WSN 邻近节点间逐对“比较关系”矩阵到位置坐标的快速可视化映射. 算法首先引进快速映射 (FastMap) 计算过程, 把参考节点作为定位的轴点, 选择距离最长的对角线作为轴线, 避免了相对坐标到绝对坐标的转换过程; 将 FastMap 运算的概略坐标作为 MDS (multi-dimensional scaling) 的输入, 提高了定位精度. 在 MATLAB 软件中设置 600 m×600 m 的定位区域, 利用无线信号衰减模型产生虚拟测试点, 分别针对包含 3 600, 1 600, 900, 576, 400 个节点的无线传感器网络进行仿真实验. 结果表明: 与随机型和经典 MDS 算法相比, 所提出的算法在保持高的定位精度的前提下, 大大降低了时间复杂度. 算法被应用于智能超市导购系统, 21 辆购物车的平均定位误差为 0.158 5 m.

**关键词:** 无线传感器网络; 定位; 映射; 多维尺度

**中图分类号:** TD 655.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1964(2013)02-0314-06

## A fast localization algorithm for large-scale wireless sensor networks

PEI Zhong-min<sup>1</sup>, LI Yi-bin<sup>1</sup>, XU Shuo<sup>2</sup>

(1. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China;

2. Information Technology Supporting Center, Institute of Scientific & Technical Information of China, Beijing 100038, China)

**Abstract:** Most of the existing localization algorithms for large scale wireless sensor networks (WSN) have high complexities in time. To solve this problem, a fast visualization mapping from pairwise proximity matrix between nodes to corresponding coordinates was realized in WSN. Specifically, fast mapping algorithm procedure was introduced at first, and the reference nodes served as the pivot points. And choosing the longest diagonal was to be used for pivot lines. Thus, the transformation from relative coordinates to absolute ones was avoided. In order to improve the localization accuracy, the output of FastMap algorithm was sent to initialize MDS (multi-dimensional scaling). Area location of 600 m×600 m was set in MATLAB. Using the wireless signal attenuation model was to produce the virtual measuring points, and carried out the simulation experiment of the wireless sensor network which respectively contained 3 600, 1 600, 900, 576 and 400 nodes. The results show that the proposed algorithm not only keeps high positional accuracy, but also reduces the time complexity. This algorithm was used in smart supermarket guiding system. The average location errors of 21 shopping carts were 0.158 5 m.

收稿日期: 2011-11-19

基金项目: 山东省博士后创新基金项目 (201102024); 中国博士后科学基金项目 (2012M511507)

通信作者: 裴忠民 (1975—), 男, 山东省微山县人, 讲师, 工学博士 (博士后), 从事无线传感器网络、物联网方向的研究.

E-mail: peizhongmin@mail.tsinghua.org.cn Tel: 13793119176

**Key words:** wireless sensor networks; localization; mapping; multi-dimensional scaling

无线传感器网络(WSN)构成了物联网的感知前端,随着物联网的不断发展,包含大量节点的大规模 WSN 应用系统逐渐增多,如车联网系统<sup>[1]</sup>、煤矿井下人员定位系统<sup>[2]</sup>、工业现场传感器数据采集系统<sup>[3]</sup>等.在 WSN 应用中,定位问题属于经典问题,参考点无关的定位算法因不需要部署大量参考节点、自组织性较强而被广泛研究.已有的 Anchor-free 定位算法,如 Two-phase AFL 算法<sup>[4]</sup>、SOM 算法<sup>[5]</sup>、Map Stitching 算法<sup>[6]</sup>、IsoMap 算法<sup>[7]</sup>、MDS 算法<sup>[8]</sup>等,在无线传感器网络规模增大时,普遍存在时间复杂度过高、节点定位实时性不足等问题,严重制约了算法在 WSN 工程中的应用.

基于可视化映射及降维方法,如 MDS 算法、快速映射算法等,解决大规模 WSN 定位问题是一种新颖的研究思路.该类方法在很难获得 WSN 全局节点位置关系特征向量的情况下,充分利用 WSN 邻近节点间的某种逐对“比较关系”(如节点间的信号强度、欧式距离、跳数等),通过寻求逐对数据的低维空间表示,最终达到“比较关系”矩阵到节点位置关系的映射,在 WSN 定位问题研究中被广泛采用.文献[8]基于 MDS 算法实现了对 WSN 节点的定位.但进一步研究结果表明,MDS 算法为使得逐对数据关于某个代价函数(如协方差系数)的失真最小,通常采用迭代算法<sup>[9-10]</sup>进行计算,算法的时间复杂度过高.例如,目前最常用的经典 MDS 算法,对  $n$  个 WSN 节点进行定位,时间复杂度为  $O(n^3)$ ,无法满足大规模 WSN 节点定位需求.快速映射(FastMap)方法被广泛应用于相似性对象的检索<sup>[11]</sup>,文献[12]将其用于 WSN 定位问题的研究.研究表明,直接使用 FastMap 算法进行节点定位,存在定位精度下降的问题.

本文在已有研究成果的基础上,针对大规模 WSN 定位问题,实现了一种快速多维尺度定位算法(FastMDS).首先对 FastMap 算法的投影线垂直原则和轴节点选择规律进行研究,将 WSN 定位区域分割为不同的正方形子区域,在正方形的顶点放置 4 个参考节点作为轴点,以正方形的对角线作为轴线进行快速映射,避开了以往算法中相对坐标到绝对坐标的转换过程;其次,对 MDS 算法的初始化过程进行研究,通过提供规则的初始化构像,使协方差系数快速收敛到全局最小值,降低了算法的运算时间.

## 1 FastMDS 算法与问题描述

### 1.1 FastMDS 算法

文献[8]首次将 FastMap 算法应用于 WSN 节点定位问题的研究,通过大量仿真实验得到两个重要结论:1) 参考节点应该作为 FastMap 算法的轴节点;2) 参考节点最好放置在定位区域的边界上.但是该算法在选择轴节点时却忽视了 FastMap 算法的“距离最大原则”.如图 1a 所示,文献[8]把  $O_a, O_b, O_c$  作为参考节点,选择  $O_a-O_b$  和  $O_b-O_c$  为轴线.但由图 1a 可知,  $O_a-O_b$  和  $O_b-O_c$  明显不是网络中节点连线最长的线段.文献[12]采取图 1b 所示的参考点放置方式,对 FastMap 算法的均方误差(MSE)指标进行了分析,证明了将参考点放置在定位区域边界上可以使得 MSE 最小,但是却忽略了 FastMap 算法所隐含的投影线垂直原则,没有做到两轴线的夹角  $\theta$  等于  $90^\circ$ ,大大影响了定位精度.

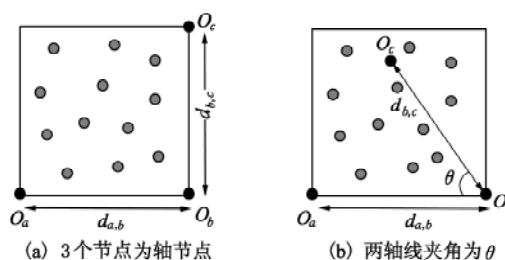


图1 3个节点为轴节点和两轴线夹角为  $\theta$  的算法  
Fig. 1 The algorithm for selecting three nodes as pivot nodes and two pivot lines with angle  $\theta$

事实上, FastMap 算法对野点和坐标对齐比较敏感,由于参考点的坐标是已知且准确的,将参考点作为 FastMap 算法的轴节点可以避免坐标对齐的问题,也不会出现 FastMap 算法将野点选为轴节点的问题.考虑到投影线垂直原则,可将 WSN 定位区域划分为多个正方形子区域,如图 2a 所示.按照距离最大规则,将参考点  $O_a, O_b, O_c, O_d$  放置在正方形区域的 4 个顶点上,选择  $O_a-O_c, O_b-O_d$  为轴线,不仅做到了垂直,又确保了距离最大,可大大提升算法性能;对于工程应用中的非规则区域,可考虑包络矩形区域,将其分成多个正方形区域以及几个近似正方形区域,然后将近似正方形区域扩展成正方形区域,以便将参考点放置在正方形区域的 4 个顶点上,如图 2b 所示.

进一步的研究结果表明<sup>[13-14]</sup>, MDS 算法的速度与其代价函数的收敛速度密切相关,初始化构像

又决定着代价函数的收敛速度. 以协强系数为例, Torgerson 法、Shepard-kruskal 法和 Takane 法 3 种不同实现方法, 计算过程都是通过迭代使得协强系数收敛到局部最小值. 因此, 可以考虑首先改进 FastMap 算法, 通过快速映射得到 WSN 节点的概略坐标, 然后将概略坐标作为 MDS 的初始化选项对节点进行定位, 既确保了定位精度, 又大大提高了算法的运算速度.

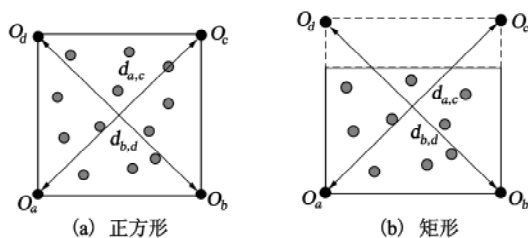


图 2 正方形、矩形区域参考节点放置

Fig. 2 The placement for anchor nodes in the square area and rectangle area

## 1.2 问题描述

不失一般性, 设节点数为  $n$  的 WSN 节点部署在  $p$  维空间中 (本文主要研究  $p=2$  的情况). 令  $n \times n$  矩阵  $\Delta = [\delta_{i,j}]$  表示逐对节点间的“比较关系” (本文以节点之间的欧式距离矩阵为例), 并记节点  $O_i$  的坐标为  $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,p})$  ( $i \in N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ ). FastMDS 定位算法是在仅知少数参考节点绝对坐标和节点间逐对“比较关系”矩阵的前提下, 通过快速可视化映射得到所有节点的绝对坐标, 以达到定位的目的.

## 2 FastMDS 算法实现

FastMDS 的算法实现主要包括以下 4 个过程: 1) 快速映射初始化, 包括确定逐对“比较关系”矩阵、区域分割、放置参考节点、选择轴线等; 2) 通过快速映射和坐标变换得到节点的概略坐标; 3) 用概略坐标初始化 MDS 算法, 得到节点的精确估算坐标; 4) 利用 Procrustes 过程进行坐标对齐, 得到节点的最终位置坐标. 其具体算法步骤如下:

步骤 1 初始化. 令  $D = [d_{i,j}] \leftarrow \Delta, k \leftarrow 1$ .

步骤 2 将参考点放置于图 3 所示的位置, 分别将参考点  $O_a$  和  $O_c, O_b$  和  $O_d$  作为确定第 1 维和第 2 维坐标的轴节点.

步骤 3 对于  $\forall i \in N_n - \{a, b\}$ , 将节点  $O_i$  投影到投影线  $O_a-O_b$  上 (如图 3 所示), 对直角三角形  $\triangle O_iEO_a$  和  $\triangle O_iEO_b$  分别应用勾股定理, 则节点  $O_i$  的第  $k$  维坐标可计算为

$$\ddot{x}_{i,k} = \frac{d_{a,i}^2 + d_{a,b}^2 - d_{b,i}^2}{2d_{a,b}} \quad (\forall i \in N_n). \quad (1)$$

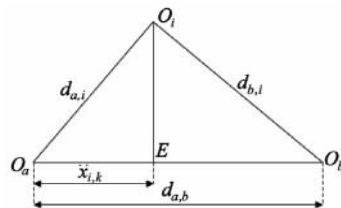


图 3 节点  $O_i$  的第  $k$  维坐标计算示意

Fig. 3 Illustration of the calculation for the  $k$ -th dimensional coordinates for node  $O_i$

步骤 4 更新距离矩阵  $D$ . 为理解方便, 考虑一个垂直于投影线  $O_a-O_b$  的超平面  $H$ , 然后将所有节点投影到该平面上. 对于任意两个不同的节点  $O_i$  和  $O_j$ , 令相应的投影分别为  $O'_i$  和  $O'_j$ , 则可以证明<sup>[3]</sup>在超平面  $H$  上  $O'_i$  和  $O'_j$  间的距离  $d'_{i,j}$  可表示为

$$d'_{i,j}{}^2 = d_{i,j}{}^2 - (\ddot{x}_{i,k} - \ddot{x}_{j,k})^2, \quad (2)$$

$$(\forall (i,j) \in N_n \times N_n).$$

并且令  $D \leftarrow D' = [d'_{i,j}]$ .

步骤 5 令  $k \leftarrow k+1$ , 重复步骤 2~4, 直到  $k=2$ . 则此时得到所有节点的坐标为

$$\ddot{x}_0 = [\ddot{x}_1^T, \ddot{x}_2^T, \dots, \ddot{x}_n^T]^T,$$

$$\ddot{x}_i = (\ddot{x}_{i,1}, \ddot{x}_{i,2}) \quad (i \in N_n).$$

步骤 6 对  $\ddot{x}_0$  进行坐标旋转和平移, 以便与原始坐标相匹配, 本文令节点  $O_a$  处的坐标为原点,  $O_a-O_b$  方向为横坐标方向,  $O_a-O_d$  方向为纵坐标方向, 并且令正方形区域的边长为  $S$ , 则可按以下方式对  $\ddot{x}_0$  进行坐标变换

$$\ddot{x}_0 \leftarrow \ddot{x}_0 \times \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{S}{2} & \frac{S}{2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{S}{2} & \frac{S}{2} \end{bmatrix}_{n \times 2}. \quad (3)$$

步骤 7 以步骤 6 得到的  $\ddot{x}_0$  初始化度量型 MDS 方法, 计算得到  $\ddot{x}$ .

步骤 8 根据参考点的坐标, 利用 Procrustes 过程对  $\ddot{x}$  进行坐标对齐, 得到最终的定位坐标.

## 3 仿真实验与结果分析

为验证 FastMDS 算法在大规模 WSN 中的定位效果, 本文通过随机产生大量定位节点的方法在 Matlab 中进行仿真研究.

### 3.1 实验过程

无线信号在自然环境中的传播受到遮挡、折射、大气吸收等影响, 因此基于信号强度的定位算法应充分考虑无线传输环境影响所带来的误差. 利用无线信号衰减模型构建节点间的逐对“比较关系”, 目前常用的无线信号衰减模型有两种: 乘法正态噪声模型和接收信号强度噪声模型. 乘法正态噪

声模型为

$$d_{i,j} = \delta_{i,j} + N(0, \sigma^2), \quad (4)$$

式中:  $d_{i,j}$  为节点  $O_i$  与  $O_j$  间度量的距离;  $\delta_{i,j}$  为节点  $O_i$  与  $O_j$  间的实际距离;  $N(0, \sigma^2)$  为均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的高斯随机变量, 用于表示环境中的噪声干扰。

接收信号强度噪声模型为

$$P_R(d) = P_T - P_L(d_0) - 10\eta \lg \frac{d}{d_0} + N(0, \sigma^2), \quad (5)$$

式中:  $P_R(d)$  为距离为  $d$  的两无线通信节点间的接收信号强度指示, dB · m;  $P_T$  为无线节点的发射功率, 包括天线增益, 典型值为 3 dB · m;  $P_L(d_0)$  为两无线节点距离为  $d_0$  时的路径损耗, 实际应用中通常选取  $d_0 = 1$  m 的典型值 55 dB · m;  $\eta$  为路径衰减系统, 表征不同类型的介质对无线信号的吸收作用, 如障碍物的结构和材料、空气中的水汽等, 其典型取值范围为 1~7。

尽管上述两种模型看起来差别较大, 但文献[8]已经证明二者是等价的。本文采用乘法正态噪声模型表达节点间的无线信号衰减, 构建逐对“比较关系”矩阵。

考虑  $S \times S$  ( $S = 600$  m) 的定位空间, 将该定位空间划分为大小相等的网格, 每个网格的大小为  $s \times s$  ( $s \in \{10, 15, 20, 25, 30\}$ ), 在每个网格内, 按均匀分布随机产生一个定位节点, 共产生的定位节点个数为  $n \in \{3\,600, 1\,600, 900, 576, 400\}$ 。节点产生后, 节点的绝对坐标即可确定, 然后利用乘法正态噪声模型表达节点间的无线信号衰减, 构建节点间逐对“比较关系”矩阵。“比较关系”矩阵产生后, 可

以实施 FastMDS 算法对节点进行坐标估算, 然后与节点的实际坐标进行比较, 计算算法的平均定位误差。本文选择平均定位误差来评估定位算法的定位精度。同时, 为了比较各种算法的时间复杂度, 还通过算法运行时间进行刻画。平均定位误差公式为

$$E = \frac{1}{nR} [(x_{i,1} - \hat{x}_{i,1})^2 + (x_{i,2} - \hat{x}_{i,2})^2], \quad (6)$$

$$(\forall i \in \mathbf{N}_n),$$

式中:  $\mathbf{x}_i = (x_{i,1}, x_{i,2})$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_i = (\hat{x}_{i,1}, \hat{x}_{i,2})$  分别为节点  $O_i$  的真实和估计坐标;  $R$  为节点的单跳平均通信距离, 本文选择典型值 75 m。本文的实验结果都是在 5 次重复实验的基础上平均计算得到的。

### 3.2 结果分析

由上述 FastMDS 算法实现过程可知, 本文所提出的 FastMDS 算法引入了 FastMap 算法过程, 在算法速度上与 FastMap 相当; 由文献[11-12]可知, FastMap 算法又是目前基于快速检索方法实现对无线传感器网络节点定位速度较快的算法。因此针对同一仿真场景, 本文实现了 3 种度量型 MDS 定位算法进行比较研究: 随机型 MDS、经典 MDS 和 FastMDS, 以此来验证算法的时间复杂度和定位的精确性。

图 4 刻画了 3 种算法针对不同规模 WSN 节点定位时算法时间随  $\sigma^2$  的变化情况, 其中  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ ,  $15 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ ,  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ ,  $25 \text{ m} \times 25 \text{ m}$ ,  $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$  分别表示被分割的正方形子区域大小, 相应的在  $600 \text{ m} \times 600 \text{ m}$  的定位区域包含 3 600, 1 600, 900, 576, 400 个传感器节点。

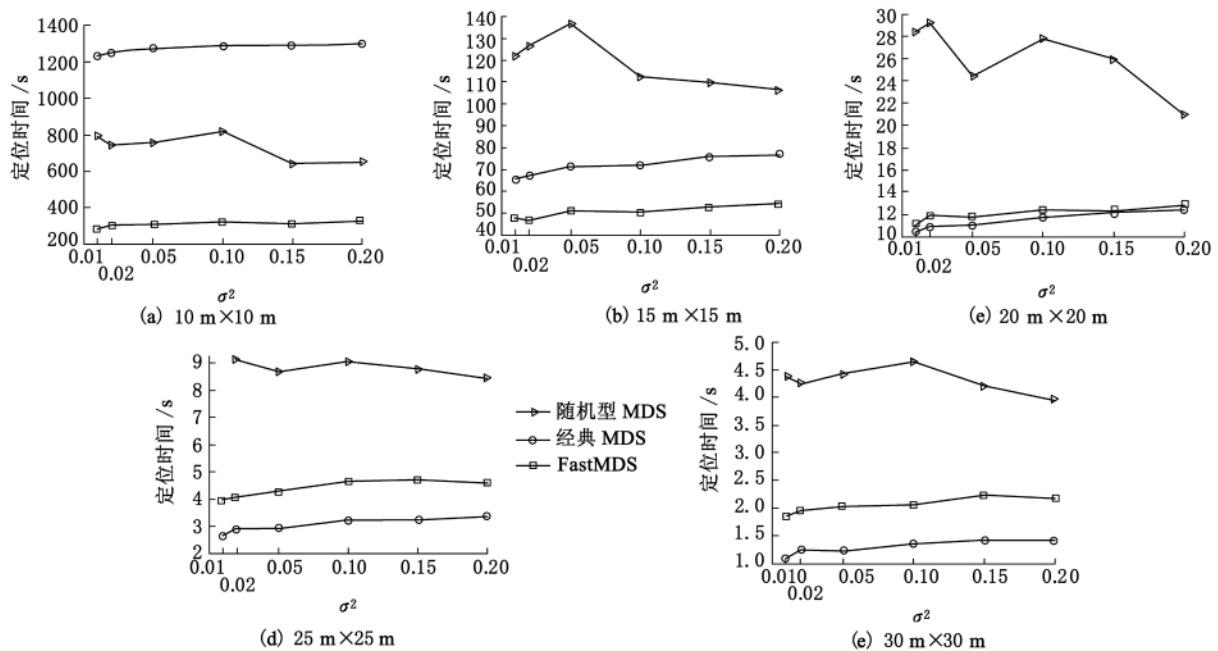


图 4 定位时间随  $\sigma^2$  的变化情况  
Fig. 4 Elapsed time in seconds versus  $\sigma^2$

从图 4d,e 可以看出,当网络规模不是很大时,经典 MDS 算法的速度最快,随机型 MDS 算法性能最差.但是,随着网络规模的不断增大,FastMDS 算法的性能优势逐渐显现.由图 4c 可知,当 WSN 包含 900 个节点时,FastMDS 算法和经典 MDS 算法的性能基本相当,运算时间大致落在 10~12.5 s 区间.随着网络规模的进一步增大,由图 4a,b 可知,FastMDS 算法的性能优势凸显,且趋势非常明显.特别是在 WSN 包含 3 600 个节点时,FastMDS 算法运算时间在 300 s 左右,而经典 MDS 算法的运算时间在 600~800 s 之间,随机型 MDS 算法的运算时间很长.

图 5 刻画了 3 种算法的平均定位误差随  $\sigma^2$  的变化情况.从图 5c,d,e 不难看出,在网络规模不是很大时,3 种算法的平均定位误差相差不大,且随着  $\sigma^2$  的增大而增大.但随着网络规模增大至 3 600 个节点时,FastMDS 和经典 MDS 算法平均定位误差在 0.5 m 左右,而随机型 MDS 算法的平均定位误差急剧增至 4.5 m 左右.综合图 5,在算法的平均定位误差指标上,FastMDS 算法与经典 MDS 算法的效果基本相当,且略优于经典 MDS 算法;随着网络规模的不断增大,3 种算法的平均定位误差均呈下降趋势,随机型 MDS 算法平均定位误差增大趋势明显.

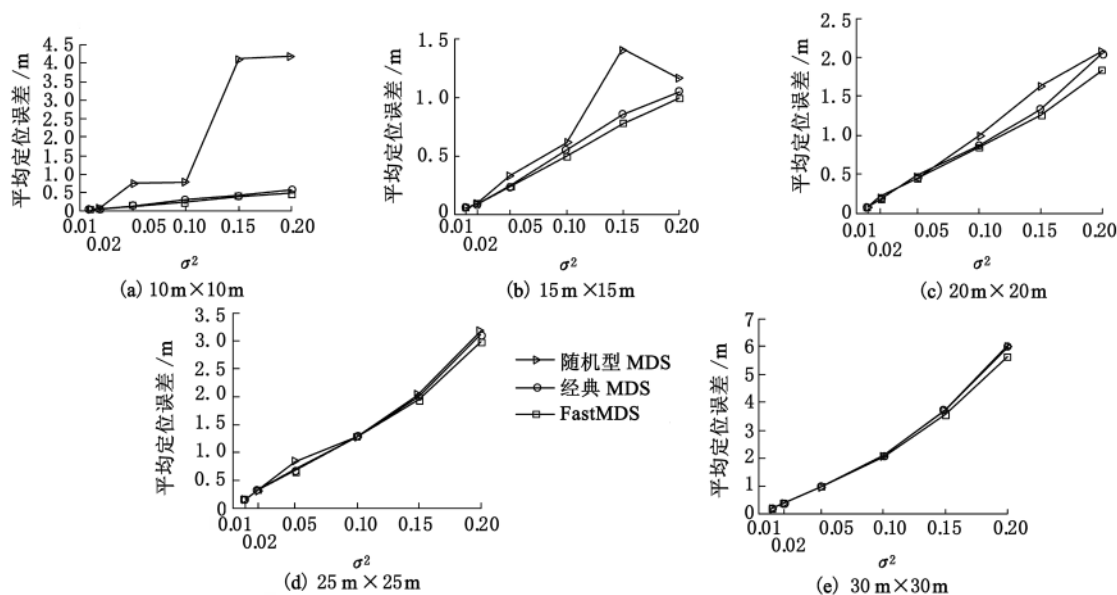


图 5 平均定位误差随  $\sigma^2$  的变化情况

Fig. 5 Average location error versus  $\sigma^2$

综合图 4,5 所示的实验结果,考虑到 WSN 定位算法时间复杂度和定位精度两个重要指标,可以得出:面对大规模 WSN 节点定位,与随机型 MDS 算法及经典 MDS 算法相比,本文所提出的 FastMDS 算法在确保一定定位精度的情况下,大大提高了运算速度,为下一步大规模 WSN 工程应用提供了算法参考.

#### 4 应用实验

为进一步检验算法的实用性,在智能超市导购系统中进行了包含 25 个节点的工程应用实验.智能超市导购系统的一个重要功能是在超市购物车上安装具有显示和无线通信功能的节点,用户可以操作购物车屏幕来查询商品的促销信息,同时通过在超市卖场布设无线感知网络,实现对购物车的定位,获得客户在超市的购物轨迹,进而为分析其消费心理、实现定制服务提供数据支撑.超市购物车

数量集中,属于典型的大规模 WSN 应用.图 6 为系统部署示意图.

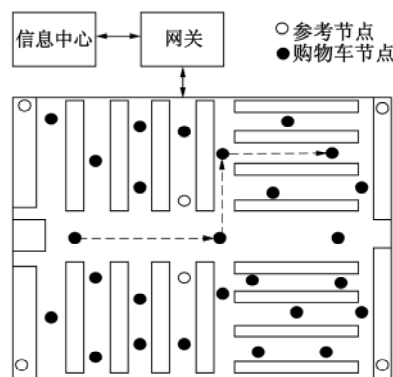


图 6 智能超市导购系统部署示意

Fig. 6 The sketch of smart supermarket guiding system deployment

实验过程如下:首先在超市一层 60 m×60 m 的区域部署 4 个参考节点,购物车基于 ZigBee 无线通信获得相互间的信号强度指示“关系矩阵”,

并运行 FastMDS 定位算法估算其位置坐标,然后选取 21 个典型位置的购物车测定其实际坐标,计算出购物车的平均定位误差和算法运行时间。

图 7 刻画了一次实验中 21 辆购物车的实际坐标位置和估算坐标位置。实验结果表明,21 个节点运行 FastMDS 算法的平均定位误差为 0.158 5 m,平均定位时间为 0.020 4 s,结果可充分满足工程应用需求。

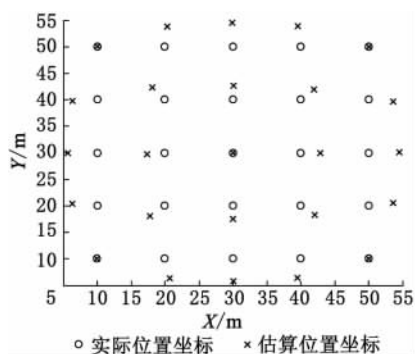


图 7 购物车实际位置坐标和估算位置坐标  
Fig. 7 True locations and estimated locations for shopping carts

## 5 结 论

针对大规模 WSN 工程应用中对快速定位算法的实际需求,本文在 FastMap 算法基础上,通过改进 MDS 初始化方法,提出了一种 FastMDS 快速映射算法,算法首先通过区域划分和轴节点的选取快速得到节点的概略坐标,然后将概略坐标作为 MDS 的初始化选项对节点进行定位,在确保定位精度的条件下,极大地提高了算法速度。下一步,将结合煤矿井下定位应用需求,充分考虑煤矿井下巷道狭长,粉尘、水汽对无线信号吸收明显的恶劣环境,进一步改进算法,扩大算法的应用范围。

### 参考文献:

- [1] 康一梅,赵磊. 车载无线传感器网络监测系统设计与实现[J]. 单片机与嵌入式系统应用,2011(2):59-62.  
KANG Yi-mei, ZHAO Lei. Wireless sensor network vehicle monitoring system [J]. Microcontrollers & Embedded Systems, 2011(2):59-62.
- [2] 裴忠民,邓志东. 矿井无线传感器网络三阶段定位方法[J]. 中国矿业大学学报,2010,39(1):87-92.  
PEI Zhong-min, DENG Zhi-dong. A novel three-phase localization method in coal mine wireless sensor networks[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2010, 39(1):87-92.
- [3] 陈少华,郑紫微. 用于电力塔远程监控的无线传感器网络装置[J]. 电力自动化设备,2011,31(7):136-139.  
CHEN Shao-hua, ZHENG Zi-wei. Wireless sensor network device for remote monitoring of electric towers[J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31(7):136-139.
- [4] NISSANKA B P, HARI B. Anchor-free distributed localization in sensor networks [C]. Massachusetts: MIT Laboratory for Computer Science, 2003:892.
- [5] GIANNI G, SANDEEP K S G. Wireless localization using self-organizing maps [C]. Boston: ACM IPSN'07, 2007:25-27.
- [6] OH-HEUM K, HA-JOO S. Localization through map stitching in wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2008, 19(1):93-105.
- [7] CHENGQUN W, JIMING C. Wireless sensor networks localization with isomap [C]. Dresden: IEEE ICC, 2009:14-18.
- [8] GEORGIOS L, NICHOLAS D S. A fast and effective multidimensional scaling approach for node localization in wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(10):5121-5127.
- [9] ANTHONY J K, RICHARD A T. The solution of the metric stress and sstress problems in multidimensional scaling using newton's method [J]. Computational Statistics, 1998, 13(3):369-396.
- [10] BRONSTEIN M M, BRONSTEIN A M. Multigrid multidimensional scaling [J]. Numerical Linear Algebra with Applications, 2006, 13(3):149-171.
- [11] CHRISTOS F, KING L. FastMap: a fast algorithm for indexing, data-mining and visualization of traditional and multimedia datasets [C]. California: ACM SIGMOD, 1995:163-174.
- [12] WALEED A, SAIF M G. A modified fastmap algorithm for node localization in wireless sensor networks [C]. Recife: IEEE, 2008:251-255.
- [13] PARTRICK J F, WILLEM J. The tunneling method for global optimization in multidimensional scaling [J]. Psychometrika, 1996, 61(3):529-550.
- [14] MICHAEL W T, RUDOLF M. On the existence of nonglobal minimizers of the stress criterion for metric multidimensional scaling [C]. Alexandria: American Statistical Association, 1997:158-162.

(责任编辑 邓 群)